

Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка

Олеся Даньків, Олег Кузик

**Загальна фізика.
Молекулярна фізика
та основи термодинаміки**

*Методичні матеріали
до самостійної роботи*

Дрогобич
2025

*Рекомендовано вченою радою Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка
(протокол № 2 від 27 лютого 2025 р.).*

Рецензенти:

- **Ігор БІЛИНСЬКИЙ**, професор кафедри фізики та методики її навчання Криворізького державного педагогічного університету, доктор фізико-математичних наук;
- **Юрій УГРИН**, доцент кафедри фізики та інформаційних систем Дрогобицького державного педагогічного університету імені Івана Франка, кандидат фізико-математичних наук.

Олеся Даньків, Олег Кузик.

Загальна фізика. Молекулярна фізика та основи термодинаміки : методичні матеріали до самостійної роботи. Дрогобич : Дрогобицький державний педагогічний університет імені І. Франка, 2025. 108 с.

Методичні матеріали до самостійної роботи написані відповідно до робочої програми навчальної дисципліни “Загальна фізика (Молекулярна фізика)” для студентів спеціальності 014 Середня освіта (Фізика та астрономія). У посібнику наведені методичні рекомендації для підготовки до лабораторних занять, приклади розв’язування задач і завдання для самостійної роботи.

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА	5
1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ	7
1.1. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №1 на тему “Визначення густини пористих та сипучих тіл за допомогою рівняння стану ідеального газу”	7
1.2. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №2 на тему “Визначення показника адіабати ідеального газу методом Клемана-Дезорма”	13
1.3. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №3 на тему “Визначення теплоємності твердих тіл”	222
1.4. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №4 на тему “Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідин”	29
1.5. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №5 на тему “Дослідження залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури”	34
1.6. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №6 на тему “Визначення відносної вологості повітря”	38
1.7. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №7 на тему “Дослідження теплового розширення твердих тіл і рідин”	42
1.8. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №8 на тему “Визначення коефіцієнта теплопровідності твердих тіл”	45
1.9. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №9 на тему “Дослідження явищ переносу в газах”	48

1.10. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №10 на тему “Визначення питомої теплоти пароутворення води та зміни ентропії”	53
2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ	55
2.1. Закони ідеальних газів	55
2.2. Молекулярно-кінетична теорія газів	65
2.3. Елементи статистичної фізики.....	68
2.4. Явища переносу	72
2.5. Основи термодинаміки. Перше начало термодинаміки.....	73
2.6. Колові процеси. Цикл Карно	77
2.7. Ентропія.....	86
2.8. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Критичний стан	91
2.9. Поверхневий натяг. Капілярні явища.....	95
2.10. Теплові властивості твердого тіла	99
ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ	101
ЛІТЕРАТУРА	103
ДОДАТКИ	105

ПЕРЕДМОВА

Самостійна робота студента під час вивчення молекулярної фізики та основ термодинаміки має велике значення насамперед для глибшого розуміння і осмисленого засвоєння навчального матеріалу, адже передбачається вивчення кінетичної теорії газів, законів термодинаміки, явищ перенесення, зокрема явища теплопровідності, фазових переходів тощо, що потребують додаткового часу для осмислення й виокремлення основних аспектів. Читання додаткового матеріалу із запропонованого до відповідної теми списку літературних джерел, розв'язування задач, структурованих за різними темами, підготовка до виконання лабораторних робіт за наведеними у посібнику методичними рекомендаціями сприятимуть формуванню ґрунтовних знань із цього розділу загальної фізики.

Методичні матеріали до самостійної роботи також максимально посприяють розвитку навичок критичного мислення, адже під час самостійного розв'язування задач студент вчитиметься аналізувати умову задачі, формулювати гіпотези та шукати оптимальний шлях її розв'язку. Робота з підготовки до лабораторної роботи з подальшим написанням звіту до неї розвиватиме вміння інтерпретувати отримані результати й робити відповідні висновки. Обробка експериментальних даних, побудова графіків, їх аналіз допомагатимуть опанувати різні методи досліджень.

Самостійне розв'язування підібраних у посібнику фізичних задач сприятиме набуттю вмінь та навичок, важливих для майбутньої навчальної та професійної діяльності, зокрема навичок проведення наукових експериментів, написання курсових і кваліфікаційних робіт.

Підготовка до різного виду аудиторних занять чи екзамену вимагає від студента планування часу й, відповідно, навчає його раціонально організовувати самостійну роботу, визначати пріоритети та рівномірно розподіляти навантаження.

Матеріали до самостійної роботи містять:

- коротку теорію з тем дисципліни “Загальна фізика (Молекулярна фізика)”;

- приклади розв'язання основних задач з кожної теми, відповідно до Робочої програми дисципліни;
- теоретичні й експериментальні задачі для самостійного розв'язування;
- методичні вказівки з підготовки до лабораторних робіт та контрольні завдання.

Організація самостійної роботи з вивчення “Загальної фізики (Молекулярної фізики)” за допомогою пропонованого посібника дозволить студентів: 1) опанувати фундаментальними знаннями, які будуть підґрунтям успішного вивчення інших навчальних дисциплін; 2) навчитися ефективно розв'язувати складні фізичні задачі, що є важливим для розуміння принципів роботи сучасних технологій; 3) формувати навички наукового дослідження, аналізуючи експериментальні дані, узагальнюючи результати та роблячи висновки; 4) опановувати методи самоконтролю й самоорганізації, що необхідні для успішної навчальної діяльності.

Матеріали до самостійної роботи підібрані й структуровані так, щоб студент мав можливість максимально розкрити свій інтелектуальний потенціал і сформувати ґрунтовну основу для успішного подальшого навчання та професійної діяльності.

1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ ПРИ ПІДГОТОВЦІ ДО ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

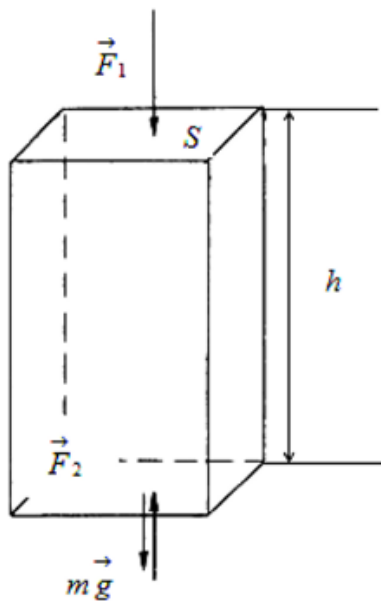
1.1. Методичні рекомендації для підготовки

до лабораторної роботи №1 на тему

“Визначення густини пористих та сипучих тіл за допомогою рівняння стану ідеального газу”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Доведіть, що абсолютному нулю за шкалою Кельвіна відповідає температура $-273,16$ градусів за шкалою Цельсія.
2. Чи будь-який стиск або розширення газу без надання йому кількості теплоти ззовні буде ізотермічним процесом?
3. З формули (1.5) нижче випливає, що у різних точках рідини чи газу тиск різний. Чи суперечить це закону Паскаля, який стверджує, що в усіх точках рідини чи газу тиск однаковий?
4. Як розташуються на графіку ізотерми деякої маси газу при різних температурах?
5. Що треба змінити у рідинному манометрі, показаному на мал. 1.2, щоб за його допомогою можна було вимірювати атмосферний тиск (щоб зробити з нього барометр)?



Мал. 1.1

Коротка теоретична основа експерименту

З означення **тиску** як відношення нормальної складової сили до площі поверхні, на яку діє ця сила, випливає, що у посудині з рідиною тиск з глибиною буде зростати. Встановимо закон зростання тиску з глибиною. Для цього всередині рідини виберемо об'єм у формі паралелепіпеда, який розміщений вертикально (мал. 1.1). Позначимо площу його основ S і висоту h . На цей паралелепіпед діють дві сили тиску: $\vec{F}_1$ зверху, $\vec{F}_2$ знизу, а також сила тяжіння $m\vec{g}$.

Оскільки цей об'єм, як і вся рідина, нерухомий, то, відповідно до другого закону Ньютона, сума сил, що діють на нього, дорівнює нулю

$$m\vec{g} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0. \quad (1.1)$$

У проєкції на вертикальну вісь, яка спрямована вниз:

$$mg + F_1 - F_2 = 0. \quad (1.2)$$

Підставивши $F_1 = P_1 S$ та $F_2 = P_2 S$, згідно з означенням тиску, одержимо:

$$p_2 - p_1 = \frac{mg}{S}. \quad (1.3)$$

Підставивши $S = \frac{V}{h}$, де V – об'єм паралелепіпеда, отримаємо:

$$p_2 - p_1 = \frac{mgh}{V} = \rho gh, \quad (1.4)$$

де $\rho = \frac{m}{V}$ – густина рідини.

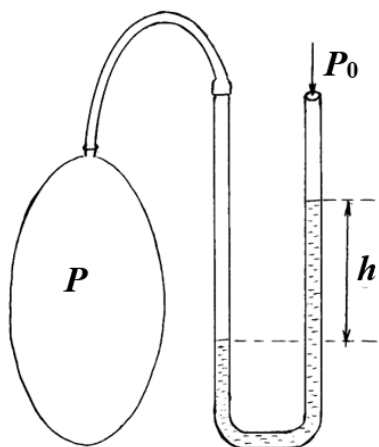
Якщо верхня основа паралелепіпеда буде на поверхні рідини, то $p_1 = 0$.

Позначивши p_2 як p , отримаємо залежність тиску P від глибини h :

$$p = \rho gh. \quad (1.5)$$

Останню рівність можна використати для вимірювання тиску. На мал. 1.2 схематично зображений рідинний манометр. Тиск p всередині посудини дорівнює сумі двох тисків: атмосферного p_0 і тиску стовпа рідини висотою h :

$$p = \rho gh + p_0. \quad (1.6)$$



Мал. 1.2

Оскільки ρ та g константи, то різницю тисків $p - p_0$ можна вимірювати в одиницях висоти, наприклад, у міліметрах водного чи ртутного стовпа. Для того, щоб перевести тиск з *мм рт. ст.* у *Па*, треба помножити висоту ртутного стовпа h , виражену у метрах, на ρg .

Рівняння стану ідеального газу (ІГ) є наслідком основного рівняння молекулярно-кінетичної теорії (МКТ) газів, яка, своєю чергою, є наслідком основних положень молекулярно-кінетичної теорії газів.

Запишемо **основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів**:

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}. \quad (1.7)$$

Тут p – тиск газу, n – концентрація молекул газу, m_0 – маса молекули, $\overline{v^2}$ – середня квадратична швидкість молекул газу, піднесена до квадрата. Двійки в цьому рівнянні не скорочені для того, щоб показати, що тиск газу пропорційний до середньої кінетичної енергії поступального руху молекул газу $\overline{E}_n$:

$$p = \frac{2}{3} n \overline{E}_n. \quad (1.7')$$

А ця величина пропорційна до абсолютної температури T :

$$\overline{E}_n = \frac{3}{2} kT, \quad (1.8)$$

де k – стала Больцмана ($k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$). Підставивши (1.8) в (1.7'), отримаємо:

$$p = nkT. \quad (1.9)$$

Врахувавши, що за означенням концентрація n молекул газу – це відношення загальної кількості N молекул в деякому об'ємі газу до величини цього об'єму V , $n = \frac{N}{V}$, отримаємо:

$$p = \frac{N}{V} kT$$

або

$$pV = NkT. \quad (1.10)$$

Записане у такій формі основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів називається **рівнянням стану ідеального газу**.

Цікавим є історичний факт, що ще задовго до появи МКТ газів це рівняння було експериментально отримане французьким фізиком Клапейроном (1834).

У рівняння (1.10) входить величина N – загальна кількість молекул газу, яку важко вимірювати під час експерименту. Щоб записати це рівняння в іншій формі, введемо декілька понять.

Кількістю речовин ν називається фізична величина, яка визначається кількістю структурних елементів (атомів чи молекул) у речовині.

З цього означення випливає, що як тільки у двох зразках різних речовин є однакова кількість атомів чи молекул (може бути так, що в одному зразку це будуть атоми, а в іншому – молекули: залежно від того, з яких структурних елементів складається речовина), то в них є однакова кількість речовини.

Одиницею кількості речовини ν є **моль**. **1 моль** – це така кількість речовини, в якій міститься стільки ж атомів, скільки їх є в 12 г карбону, а саме, **$6,0221367 \cdot 10^{23}$** атомів. Це число називатимемо **числом Авогадро** й позначатимемо N_A .

Масу одного моля речовини називатимемо **молярною масою** та позначатимемо μ . З цього означення випливає, що

$$\mu = \frac{m}{\nu}, \quad (1.11)$$

де m – маса газу.

Повернемося до рівняння (1.10). Кількість молекул N тепер можна записати як $N = \nu N_A$ або $N = \frac{m}{\mu} N_A$. Тоді рівняння (1.10) набуває вигляду:

$$pV = \frac{m}{\mu} N_A kT.$$

Оскільки величини N_A та k сталі, то й їхній добуток також є сталою величиною. Її називають **універсальна газова стала** й позначають літерою R . Величина цієї сталої $R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Отже, тепер **рівняння стану** ІІГ виглядатиме так:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT \quad (1.12)$$

або

$$pV = \nu RT \quad (1.13)$$

Тепер знову повернемося до рівняння (1.10) та визначимо з нього N :

$$N = \frac{pV}{kT}. \quad (1.14)$$

З цієї рівності видно, що якщо зафіксувати параметри p , V та T , то яким би не був газ, кількість молекул буде незмінною. Важливо зауважити, що цей закон також був встановлений експериментально ще у 1811 р. і відомий як **закон Авогадро**: різні гази в однакових станах містять однакову кількість молекул.

З рівняння (13) виведемо ще один закон. Для цього визначимо з нього об'єм за **нормальних умов**, тобто за значень $P = 1 \text{ атм} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$ та $T = 273,16 \text{ К}$ ($t = 0^\circ\text{C}$). Розрахунок проведемо для $\nu = 1 \text{ моль}$. Отримаємо:

$$V = \frac{\nu RT}{P} = \frac{1 \text{ моль} \cdot 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 273,16 \text{ К}}{1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}} = 0,0224 \text{ м}^3 = 22,4 \text{ л},$$

тобто 1 моль будь-якого газу за нормальних умов займає об'єм 22,4 л. Цей закон також можна встановити експериментально. Уявімо собі, що ми це зробили. Тоді з рівняння стану (1.13) очевидно отримаємо для температури значення $T = 273,16 \text{ К}$, що відповідає нулю за шкалою Цельсія, бо наш уявний експеримент був проведений за нормальних умов. Це означає, що нулю за шкалою Цельсія відповідає 273,16 градусів за шкалою Кельвіна, тобто

$$T = t^0 + 273,16. \quad (1.15)$$

З рівняння стану видно, що при $P = 0$ температура також дорівнює нулю. Ця температура називається **абсолютним нулем**.

Звернемо увагу на ще один запис рівняння стану. Оскільки νR є константою для газу сталої маси, то рівняння стану можна записати як

$$\frac{pV}{T} = \text{const} \quad (1.16)$$

або

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}, \quad (1.17)$$

де цифрами 1 та 2 позначені різні стани газу сталої маси.

Перехід газу з одного стану в інший називається **газовим процесом**. Якщо у газовому процесі один із параметрів T, V, P залишається сталим,

то такий процес називається **ізопроеесом**. Одним з ізопроеесів є **ізоермічний процес** – процес при сталій температурі.

З рівняння стану (1.16) при $T = \text{const}$ отримаємо:

$$pV = \text{const}, \text{ де } m = \text{const} \quad (1.18)$$

або

$$p_1V_1 = p_2V_2. \quad (1.19)$$

Останні два рівняння описують ізоермічний процес. З (1.18) бачимо, що рівнянням ізоерми в координатах V, P є гіпербола:

$$p = \frac{\text{const}}{V}. \quad (1.20)$$

Щоб здійснити ізоермічний процес, треба повільно стискати або розширювати газ. При швидкому стисканні чи розширенні температура газу не буде залишатися незмінною.

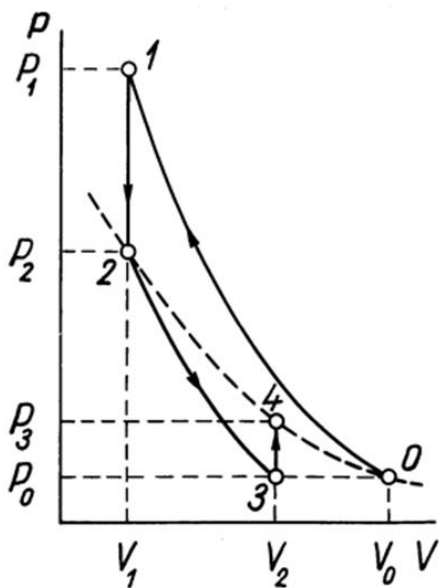
Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Основи молекулярно-кінетичної теорії будови речовини.
- Основні положення молекулярно-кінетичної теорії газів.
- Ідеальний газ. Параметри стану газу. Основні фізичні величини.
- Основне рівняння молекулярно-кінетичної теорії газів.
- Рівняння стану ідеального газу.
- Емпіричні закони ідеального газу.
- Швидкості молекул газу та їх вимірювання.

1.2. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №2 на тему “Визначення показника адіабати ідеального газу методом Клемана-Дезорма”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Що називають теплоємністю? Питомою і молярною теплоємністю?
2. Що називають молярною теплоємністю при сталому об'ємі? При сталому тиску? Який існує зв'язок між ними?
3. Чому $C_p > C_v$? Який фізичний зміст універсальної газової сталої?
4. Як залежить теплоємність ідеального газу від ступенів вільності молекул?
5. Як залежить теплоємність ідеальних газів від температури?
6. Який процес називають ізохоричним? Як знайти роботу, внутрішню енергію і кількість теплоти в ізохоричному процесі?
7. Доведіть, що внутрішня енергія ідеального газу не залежить від об'єму.
8. Виведіть рівняння Пуасона (рівняння адіабати).
9. Чи виконує ідеальний газ роботу в адіабатному процесі? Як обчислити цю роботу?



Мал. 1.3

10. Чому адіабата на pV -діаграмі стрімкіша, ніж ізотерма?
11. Чи дотримуємося ми строго моделі ідеального газу, коли приписуємо молекулі більше, ніж три ступені вільності?
12. Яка основна відмінність між принципом підрахунку числа ступенів вільності у класичній та квантовій теорії теплоємності?
13. Доведіть, що адіабати й ізотерми перетинаються.
14. Зобразіть процеси, що на мал. 1.3, у координатах P, V .

15. Чи можуть бути паралельними ізохори $1 \rightarrow 2$ та $3 \rightarrow 4$ (мал. 1.3)?

16. Чи можна вивести формулу для обчислення показника адіабати γ , здійснивши лише два процеси: адіабатний стиск $1 \rightarrow 2$ та ізохорне охолодження $2 \rightarrow 3$?

Коротка теоретична основа експерименту

Число координат, потрібне для опису закону руху молекули, називається **числом ступенів вільності** й позначається i .

З'ясуємо скільки ступенів вільності має одно-, дво- та багатоатомна молекула.

Очевидно, що одноатомну молекулу можна вважати матеріальною точкою, а для опису руху матеріальної точки потрібні три координати. У декартовій системі координат це x, y, z , у сферичній – r, φ, θ , у циліндричній – r, φ, z .

Якщо двоатомну молекулу уявити і у вигляді двох матеріальних точок, з'єднаних жорсткою ниткою, то можна зробити висновок про п'ять ступенів вільності такої молекули. Дійсно, відома з механіки теорема про рух твердого тіла стверджує, що його рух можна представити як суперпозицію чотирьох рухів – поступального руху центра мас та обертальних навколо трьох взаємно перпендикулярних осей, що проходять через центр мас. Опис руху центра мас вимагає трьох координат, а обертальний рух навколо кожної з осей описується відповідним кутом обертання. Проте, якщо ми вважаємо атоми у двоатомній молекулі матеріальними точками, то обертальний рух навколо осі, що проходить через атоми, втрачає зміст, тому двоатомна молекула має 5 ступенів вільності: 3 – поступального руху центра мас та 2 – обертального навколо двох взаємно перпендикулярних осей, які проходять перпендикулярно до прямої, що з'єднує атоми.

З наведених міркувань випливає, що триатомна й багатоатомна молекула має 6 ступенів вільності.

Очевидно, що енергія ідеального газу є сумою механічних енергій всіх його молекул. Своєю чергою, механічна енергія молекули є сумою її потенціальної та кінетичної енергій. Однак потенціальна енергія молекули ідеального газу дорівнює нулю (силами притягання й відштовхування, що

діють на відстані, можна знехтувати), тому механічна енергія молекули є її кінетичною, а енергія газу дорівнює сумі кінетичних енергій усіх молекул. Її називають внутрішньою і позначають літерою U . Отже,

$$U = N \frac{m_0 \overline{v^2}}{2}, \quad (1.21)$$

де N – число молекул; $\overline{v^2}$ – середня квадратична швидкість молекул, піднесена до квадрата; m_0 – маса молекули.

З іншого боку відомо, що абсолютна температура є мірою середньої кінетичної енергії молекули, тобто для одноатомної молекули:

$$\frac{m_0 \overline{v^2}}{2} = \frac{3}{2} kT. \quad (1.22)$$

Розклавши $\overline{v^2}$ на компоненти по координатних осях, останню рівність можна записати як

$$\frac{m_0}{2} (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2}) = \frac{3}{2} kT.$$

Оскільки всі напрямки руху молекули рівноймовірні, то $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$.

Позначимо цю величину як $\overline{u^2}$.

Тоді

$$\frac{m_0}{2} 3\overline{u^2} = \frac{3}{2} kT,$$

$$\frac{m_0 \overline{u^2}}{2} = \frac{1}{2} kT.$$

Величина $\frac{m_0 \overline{u^2}}{2}$ є енергією однієї компоненти руху (або енергією, що припадає на одну ступінь вільності).

Отже, ми довели **теорему про рівномірний розподіл енергії за ступенями вільності**: на кожен ступінь вільності молекули Γ припадає середня кінетична енергія, що дорівнює $\frac{1}{2} kT$.

Ця теорема справедлива і для одноатомного, і для багатоатомних газів.

Для одноатомного газу внутрішня енергія буде дорівнювати $N \frac{3}{2} kT$, для двоатомного – $N \frac{5}{2} kT$, а для багатоатомного становитиме $N \frac{6}{2} kT$. Отже, для довільного газу буде справедлива формула:

$$U = N \frac{i}{2} kT. \quad (1.23)$$

Якщо представити число структурних елементів у вигляді $N = \nu N_A$, де ν – кількість молів, N_A – число молекул в одному молі газу (число Авогадро), й згадати, що добуток сталої Больцмана на число Авогадро є універсальною газовою сталою, тобто $kN_A = R$, то внутрішню енергію можна представити як

$$U = \frac{i}{2} \nu RT. \quad (1.24)$$

Теплоємністю газу називається кількість теплоти, яку має отримати газ, щоб його температура зросла на $1 K$:

$$c = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.25)$$

Теплоємність, розраховану на одиницю маси, називають **питомою теплоємністю**:

$$c_m = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.26)$$

Теплоємність, розраховану на один моль, називають **молярною теплоємністю**:

$$c_\nu = \frac{1}{\nu} \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.27)$$

Згадаємо тепер **перший закон термодинаміки**, який стверджує, що отримана газом кількість теплоти може бути використана частково на його нагрівання (на зміну його внутрішньої енергії), а частково – на виконання роботи газом:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (1.28)$$

Тому, залежно від того, як буде витрачена ця кількість теплоти, газ, нагріваючись на $1K$, може поглинути більшу чи меншу її кількість. А це, своєю чергою, залежить від умов нагрівання.

Якщо забезпечити такі умови нагрівання, щоб газ не мав можливості виконати роботу (наприклад, забезпечити збереження газом сталого об'єму), то вся отримана газом кількість теплоти буде витрачена на його нагрівання, тобто:

$$\delta Q = dU.$$

Підставивши δQ з означення теплоємності (1.25), одержимо:

$$dU = c dT.$$

Але тепер позначимо теплоємність як c_v – теплоємність при сталому об'ємі. Тоді:

$$dU = c_v dT. \quad (1.29)$$

Для того, щоб газ можна було нагрівати при сталому тиску, об'єм посудини мусить збільшуватися, тому газ, крім нагрівання, ще й виконає роботу. Позначивши теплоємність при сталому тиску c_p , згідно з означенням теплоємності і першим законом термодинаміки (8) дістанемо:

$$c_p = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU + \delta A}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT}.$$

Підставивши, відповідно до (1.29), $c_v = \frac{dU}{dT}$, отримаємо:

$$c_p = c_v + \frac{\delta A}{dT}. \quad (1.30)$$

Для знаходження виразу δA при сталому тиску використаємо означення роботи й тиску.

$$\delta A = F dx = P S dx.$$

Оскільки $S dx$ – це елементарний об'єм dV , то

$$\delta A = P dV. \quad (1.31)$$

Тепер підставимо в (1.31) замість V його вираз з рівняння стану

$$V = \frac{\nu RT}{P}:$$

$$\delta A = p d \left(\frac{\nu R T}{p} \right) = \nu R dT. \quad (1.32)$$

Тут p , як сталу величину, можна винести за знак диференціала й скоротити. Якщо підставити останню рівність в (1.30), то отримаємо:

$$c_p = c_v + \nu R. \quad (1.33)$$

Поділивши цю рівність на ν , отримаємо відповідне рівняння для молярних теплоємностей:

$$c_{\nu p} = c_{\nu v} + R. \quad (1.34)$$

Це рівняння називається **рівнянням Майєра**.

З останніх двох рівнянь бачимо, що теплоємність при сталому тиску більша за теплоємність при сталому об'ємі на величину νR , а відповідна молярна теплоємність на R .

Обчислимо теплоємності c_v та c_p . З рівностей (1.29) та (1.24) одержимо:

$$c_v = \frac{dU}{dT} = \frac{d}{dT} \left(\frac{i}{2} \nu R T \right) = \frac{i}{2} \nu R, \quad (1.35)$$

а поділивши на ν :

$$c_{\nu v} = \frac{i}{2} R. \quad (1.36)$$

Відповідно до цієї рівності та рівняння Майєра (1.34):

$$c_{\nu p} = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R. \quad (1.37)$$

З двох останніх рівностей знайдемо відношення молярних теплоємностей $\gamma = \frac{c_{\nu v}}{c_{\nu p}}$:

$$\gamma = \frac{i+2}{i}. \quad (1.38)$$

Отримані значення для γ за цією формулою добре узгоджуються з експериментом лише в області температур в околі кімнатної температури, причому це узгодження найкраще для одноатомних газів. В областях низьких і високих температур є значні відхилення експерименту від цієї теорії. Вони виникають тому, що при пониженні температури число ступенів вільності зменшується, а при підвищенні – збільшується.

Причина в тому, що енергія, яка припадає на ступінь вільності, не змінюється неперервно з температурою як $\frac{1}{2}kT$, а може набувати лише дискретних значень, що і є причиною того, що при низьких температурах обертальні рухи молекули залишаються незбудженими (енергія теплового руху менша за енергію кванта обертального руху молекули), а при високих температурах збуджуються ще й коливні рухи молекул, через що число ступенів вільності зростає й може досягти $i=9$. Ці ідеї лежать в основі квантової теорії теплоємності.

Процес, який відбувається без теплообміну з середовищем, називається **адіабатним**.

З цього означення й першого закону термодинаміки (1.28), оскільки $\delta Q = 0$, отримаємо:

$$dU + \delta A = 0. \quad (1.39)$$

Підставивши замість dU вираз (1.29), матимемо:

$$\delta A = -c_v dT.$$

Елементарна робота δA та елементарна зміна температури dT мають протилежні знаки. Тому, якщо в адіабатному процесі газ виконує додатну роботу ($\delta A > 0$), його температура спадає ($dT < 0$), а якщо – від’ємну (тобто я над газом ($\delta A < 0$)) – зростає ($dT > 0$).

Адіабатний процес можна здійснити трьома способами:

1. Стискати чи розширювати газ у посудині з теплоізованими стінками.
2. Швидко здійснювати стиск чи розширення так, щоб газ не встиг віддати чи отримати тепло з навколишнього середовища.
3. Стискати чи розширювати газ у дуже великому об’ємі.

Наприклад, при швидкому нагнітанні повітря у посудину воно нагрівається внаслідок виконання роботи над газом. Прикладом адіабатного процесу у великому об’ємі є адіабатне розширення вологого повітря у верхніх шарах атмосфери, що призводить до його охолодження і конденсації пари.

Встановимо співвідношення між T, P і V для адіабатного процесу.

Запишемо перший закон термодинаміки для адіабатного процесу (1.39), підставивши в нього δA з формули (1.31), а dU – з (1.29). Одержимо:

$$c_v dT + p dV = 0. \quad (1.40)$$

З рівняння стану $pV = \nu R T$ визначимо $T = \frac{pV}{\nu R}$ та знайдемо повний диференціал:

$$dT = \frac{1}{\nu R} (p dV + V dp). \quad (1.41)$$

Підставимо останню рівність у (1.40). Одержимо:

$$\frac{c_v}{\nu R} (p dV + V dp) + p dV = 0. \quad (1.42)$$

З рівності (1.33) отримаємо: $\nu R = c_p - c_v$. Підставивши цю рівність у попередню та позначивши

$$\frac{c_p}{c_v} = \gamma, \quad (1.43)$$

після простих перетворень, одержимо:

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = 0. \quad (1.44)$$

Проінтегрувавши це рівняння, отримаємо:

$$\ln p + \gamma \ln V = \ln C, \quad (1.45)$$

де $\ln C$ – стала інтегрування. Таким чином,

$$p V^\gamma = C \quad (1.46)$$

або

$$p V^\gamma = \text{const}. \quad (1.47)$$

Це рівняння і є шукане нами **рівняння адіабати**. Його ще називають **рівнянням Пуассона**.

Скориставшись рівнянням стану, рівняння адіабати можна представити як

$$TV^{\gamma-1} = \text{const} \quad (1.48)$$

або

$$T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{const}. \quad (1.49)$$

Зауважимо, що в останніх трьох рівняннях константи різні.

Процес, який здійснюється газом при сталому об'ємі, називається **ізохорним**. Його різновидами є ізохорне нагрівання та ізохорне охолодження. Знайдемо рівняння ізохори з відомого рівняння стану:

$$\frac{pV}{T} = \text{const} .$$

Оскільки в ізохорному процесі $V = \text{const}$, то поділивши ліву і праву частини записаного рівняння на V , одержимо:

$$\frac{p}{T} = \text{const} , \quad (1.50)$$

причому стала в цій рівності інша, ніж у попередній.

З останньої рівності бачимо, що рівнянням ізохори у координатах p, T є пряма $p = \text{const} \cdot T$. У координатах p, V чи T, V , це буде пряма $V = \text{const}$.

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Енергія ідеального газу та її розподіл за ступенями вільності.
- Теплоємність ідеального газу.
- Адіабатний процес.
- Ізохорний процес.

1.3. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №3 на тему “Визначення теплоємності твердих тіл”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Що називають кількістю теплоти?
2. Що називають теплоємністю?
3. Чи можна передати деяку кількість теплоти речовині, не викликаючи цим підвищення її температури?
4. У зимовий день температура внутрішньої поверхні стіни набагато нижча, ніж приміщення, а зовнішньої – набагато вища, ніж температура зовнішнього середовища. Поясніть це.
5. Поясніть закон Дюлонга і Пті. Запишіть його. Які він має обмеження?
6. Як пояснили температурну залежність теплоємності Ейнштейн і Дебай?
7. Обчисліть на основі закону Дюлонга і Пті питомі теплоємності міді та заліза.

Коротка теоретична основа експерименту

Кількістю теплоти Q називається енергія, отримана тілом внаслідок теплопередачі. Необхідно підкреслити, що в цьому означенні слова “внаслідок теплопередачі” є важливими, їх не можна опустити, тому що енергія може бути отримана тілом й іншим способом, а саме, внаслідок виконання над тілом роботи. Своєю чергою, теплопередача може здійснюватися трьома способами: теплопровідністю, конвекцією і випромінюванням.

Теплоємність (згідно з її означенням) – це відношення кількості теплоти, яку отримало тіло, до відповідної зміни його температури.

Позначивши теплоємність буквою C , можна написати згідно з цим означенням:

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.51)$$

Якщо теплоємність стала у даному проміжку температур, то очевидно, що в цій формулі нескінченно малі величини можна замінити на скінченні. Тоді

$$C = \frac{Q}{\Delta T}. \quad (1.52)$$

З означення теплоємності випливає що вона залежить від маси тіла: що більша маса тіла, то більша його теплоємність. Для того, щоб ця величина не залежала від маси, користуються **питомою теплоємністю**, тобто теплоємністю одиниці маси:

$$c = \frac{C}{m} = \frac{1}{m} \frac{\delta Q}{dT}, \quad (1.53)$$

Якщо теплоємність стала:

$$c = \frac{1}{m} \frac{Q}{\Delta T}. \quad (1.54)$$

Крім того, використовують **молярну теплоємність**:

$$c_v = \frac{C}{\nu}. \quad (1.55)$$

У більшості задач, де розглядаються процеси теплопередачі, складають **рівняння теплового балансу**, яке є наслідком першого закону термодинаміки. Це рівняння стверджує, що при теплообміні кількість теплоти, яку отримує одне тіло, дорівнює кількості теплоти, яку віддає інше. Рівняння теплового балансу використовується і для системи тіл. Щоб застосувати рівняння теплового балансу, важливо впевнитися, що ця система – замкнута, тобто немає втрат кількості теплоти внаслідок теплопередачі, а також, що немає її втрат на виконання роботи, чи навпаки механічна робота не перетворюється на теплоту.

Розглянемо закономірності теплового руху у твердих тілах.

Теплові ефекти у твердих тілах, як і в газах та рідинах, визначаються кінетичною енергією руху частинок. Проте на відміну від газів, де вони рухаються поступально, у твердих тілах здійснюють коливні рухи навколо певної точки – вузла кристалічної ґратки. Ці коливання, амплітуда яких складає кілька відсотків від відстані між вузлами, передаються від частинки до частинки, утворюючи хвилю. Вони не є гармонічними й описуються

законами не класичної, а квантової механіки, хоча застосування законів класичної механіки подекуди ефективно.

З математики відомо, що будь-яку періодичну функцію можна розкласти на суму гармонічних функцій, тобто будь-яку хвилю представити як систему гармонічних хвиль. Щодо кристала, то це означає, що в ньому встановиться система гармонічних хвиль. Оскільки будь-який кристал має обмежені розміри, то це будуть стоячі хвилі. Їх ще називають ще **тепловими**. Пригадаймо з курсу механіки, що в обмеженому середовищі можуть виникати лише коливання з певними частотами, т. зв. **власні коливання** (їх ще називають *нормальними модами*). Тоді довжини стоячих хвиль можна знайти як довжини хвиль нормальних мод. Якщо лінійний розмір кристала позначити l , то максимальна довжина хвилі буде рівною $\lambda_{\max} = 2l$, а мінімальна – $\lambda_{\min} = 2d$, де d – відстань між вузлами кристалічної ґратки.

Оскільки теплові хвилі поширюються зі швидкістю звуку, то з дисперсійного співвідношення $v = \lambda \nu$ можна знайти й **нормальні частоти**. Виявляється, що максимальні значення цих частот (ті, що відповідають $\lambda_{\min}$) у різних кристалах мають порядок 10^{13} Гц , а мінімальні визначаються розміром кристала й практично дорівнюють нулю. Отже, щодо частот теплових хвиль, то вони змінюються від нуля до 10^{13} Гц . Причому, змінюються вони неперервно лише при досить високих температурах, коли енергії достатньо для збудження всіх нормальних мод. При низьких температурах не всі нормальні моди збуджені й послідовність частот (*спектр частот*) має дискретний характер. Щоб знайти температуру, при якій спектр частот стає практично неперервним, доведемо спочатку таку теорему: *на кожний ступінь вільності частинки твердого тіла припадає енергія, що дорівнює kT , де k – стала Больцмана.*

Доведення цього твердження базується на тому, що на один ступінь вільності частинки ідеального газу припадає енергія $\frac{1}{2}kT$. Але механічна енергія частинки ідеального газу обмежується лише її кінетичною енергією, тоді як у кристалі до неї додається ще й потенціальна енергія взаємодії, яка у розрахунку на один ступінь вільності також дорівнює $\frac{1}{2}kT$

Свою чергою, доведення цього факту ґрунтується на тому, що середні значення кінетичної й потенціальної енергії гармонічного осцилятора однакові. Дійсно, якщо гармонічний осцилятор коливається за законом $x = A \sin \omega t$, то його кінетична енергія:

$$E_k = \frac{m \dot{x}^2}{2} = \frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{m}{2} (A \omega \cos \omega t)^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \cos^2 \omega t, \quad (1.56)$$

а потенціальна:

$$E_n = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 \sin^2 \omega t, \quad (1.57)$$

де k – коефіцієнт квазіпружної сили, $k = m \omega^2$. Тепер середні значення кінетичної та потенціальної енергії за період:

$$\bar{E}_k = \frac{1}{T} \int_0^T E_k dt, \quad (1.58)$$

$$\bar{E}_n = \frac{1}{T} \int_0^T E_n dt. \quad (1.59)$$

З останніх чотирьох формул видно, що рівність середніх значень кінетичної та потенціальної енергії випливає з рівності інтегралів у межах від 0 до T від функції $\sin^2 \omega t$ та $\cos^2 \omega t$. Отже,

$$\bar{E}_k = \bar{E}_n. \quad (1.60)$$

А оскільки енергія частинки у вузлі кристалічної ґратки дорівнює сумі кінетичної та потенціальної енергії, то вона вдвічі більша за енергію частинки ідеального газу і дорівнює kT .

Повернімося до питання про відшукування значення температури, при якій всі нормальні моди кристала збуджені. Для цього скористаємося постулатом, що енергія теплових хвиль квантована, подібно до енергії електромагнітних:

$$E = h \nu. \quad (1.61)$$

Квазічастинку, яка є носієм цієї енергії, називають **фононом**. Щоб збудити коливання з максимальною частотою $\nu_{\max}$, енергія однієї ступені вільності повинна досягати енергії кванта теплової хвилі, тобто $kT = h \nu_{\max}$. Звідси:

$$T = \frac{h \nu_{\max}}{k}. \quad (1.62)$$

Цю температуру називають **характеристичною температурою** (або **температурою Дебая**) й позначають переважно літерою θ . Отже, температура Дебая – це температура, нижче якої проявляється квантовий характер теплових хвиль. Для більшості речовин ця температура лежить у межах від 300 до 800 K.

Знайдемо молярну теплоємність хімічно простого твердого тіла, тобто такого твердого тіла, в кристалічній ґратці якого є атоми лише одного хімічного елемента.

Відповідно до означення молярної теплоємності:

$$C_v = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (1.63)$$

Але, відповідно до **першого закону термодинаміки**, $\delta Q = dU + \delta A$, й оскільки об'єм твердого тіла практично сталий при нагріванні, то $\delta A = 0$ і $\delta Q = dU$. Отже,

$$C_v = \frac{dU}{dT}. \quad (1.64)$$

Знайдемо тепер вираз для внутрішньої енергії твердого тіла U .

Частинка у вузлі кристалічної ґратки має три ступені вільності. Як було показано вище, на одну ступінь вільності припадає енергія, що дорівнює kT . Отже, енергія частинки дорівнює $3kT$. Для N частинок матимемо:

$$U = 3NkT, \quad (1.65)$$

а для одного моля:

$$U = 3N_A kT = 3RT, \quad (1.66)$$

де $N_A k = R$ – універсальна газова стала.

Підставивши цей вираз у (1.64), одержимо:

$$C_v = \frac{d(3RT)}{dT} = 3R = 25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}. \quad (1.67)$$

Рівність (1.67) називається **законом Дюлонга і Пті** на честь двох французьких фізиків, які встановили його експериментально ще у 1819 р., задовго до виникнення молекулярно-кінетичної теорії речовини, на основі якої отриманий закон.

Для хімічно складних твердих тіл виконується **закон Неймана-Коппа**: молярна теплоємність сполук дорівнює сумі теплоємностей компонент сполук:

$$C_v = 3Rn, \quad (1.68)$$

де n – число атомів різних елементів у кристалічній ґратці.

При виведенні формул (1.67) та (1.68) вважалося, що частинки у вузлах кристалічної ґратки є класичними гармонічними осциляторами. Але такими їх можна вважати лише при температурах, вищих за температуру Дебая, тобто закони (1.67) та (1.68) будуть справедливими лише при $T > \theta$. Дійсно, при кімнатній температурі для цинку

$$C_v = 25.55 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \quad \text{та} \quad \theta = 308\text{К}, \quad \text{для заліза} \quad - \quad C_v = 26.65 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \quad \text{та}$$

$$\theta = 467\text{К}, \quad \text{для алмазу} \quad - \quad C_v = 1.4 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \quad \text{та} \quad \theta = 2000\text{К}.$$

З цих даних видно, що найкраще з класичною формулою (1.67) збігається молярна теплоємність для цинку, тому що його температура Дебая близька до кімнатної. Найгірша відповідність спостерігається для алмазу, дуже низьку теплоємність якого можна пояснити тим, що температура Дебая для алмазу дуже висока й при кімнатній температурі збудженими є далеко не всі нормальні коливання, тобто для алмазу, навіть при кімнатній температурі, чітко проявляється квантовий характер коливань вузлів кристалічної ґратки.

Необхідно зазначити, що квантова теорія теплоємності твердих тіл на сьогодні здатна однозначно кількісно пояснити лише теплоємність при дуже низьких температурах, а саме при $T < \frac{1}{50}\theta$. У цьому проміжку температур виконується **закон кубів Дебая**:

$$C_v = bT^3, \quad (1.69)$$

де b – стала, що залежить від θ .

У другому граничному випадку при температурах, близьких до температури Дебая й вищих, квантова теорія дає такий результат:

$$C_v = 3R, \quad \text{тобто класичний.}$$

При проміжних значеннях температури, тобто від $\frac{1}{50}\theta$ й до θ , немає загальної кількісної теорії теплоємності.

Якщо вздовж даного напрямку x у речовині є зміна температури (зміна температури з відстанню називається **градієнтом температури**), то потік енергії буде спрямований у напрямку зниження температури. Цей потік енергії описується емпіричним **законом Фур'є**: кількість теплоти δQ , що переноситься через площу S , пропорційна до цієї площі, градієнта температури $\frac{dT}{dx}$ та часу перенесення dt :

$$\delta Q = -kS \frac{dT}{dx} dt, \quad (1.70)$$

де коефіцієнт пропорційності k має назву **коефіцієнт теплопровідності**, а знак “—” вказує на те, що потік тепла спрямований у напрямку зменшення температури.

Поділивши ліву й праву частини рівняння на $S \cdot dt$, одержимо:

$$\frac{\delta Q}{Sdt} = -k \frac{dT}{dx}.$$

Величина $\frac{\delta Q}{dt}$ очевидно має зміст потужності, її називають **поток** енергії. Тоді відношення потоку до площі, тобто величину $\frac{\delta Q}{Sdt}$ можна назвати **густиною потоку енергії**. Отже, густина потоку пропорційна до градієнта температури. А щоб знайти цей градієнт, треба мати залежність $T(x)$. Вона дуже часто є лінійною (або близькою до неї), а оскільки похідну від лінійної функції можна замінити на відношення відповідних приростів, то $\frac{dT}{dx}$ у цьому випадку можна замінити на $\frac{\Delta T}{\Delta x}$.

Додатково треба опрацювати за підручниками такі питання:

- Поняття кількості теплоти. Теплоємність. Рівняння теплового балансу.
- Тепловий рух у твердих тілах.
- Класична теорія теплоємності твердих тіл.
- Основи квантової теорії теплоємності.
- Явище теплопровідності.

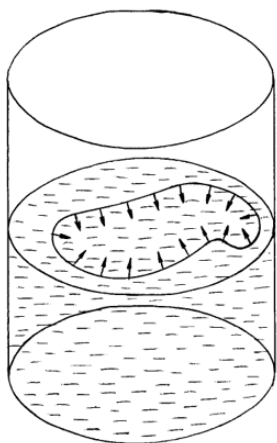
1.4. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №4 на тему *“Визначення коефіцієнта поверхневого натягу рідин”*

Знати відповідь на такі запитання:

1. Який фізичний зміст коефіцієнта поверхневого натягу?
2. Чому за відсутності зовнішніх сил будь-який об'єм рідини має форму кулі, а в умовах дії сили тяжіння тільки малий об'єм?
3. Вкажіть на суттєву різницю між явищем поверхневого натягу на межі рідина – пара та на межі рідина – тверде тіло.
4. Встановіть умову, при якій стальна дротина буде плавати на поверхні води.
5. Порівняйте радіус краплі з внутрішнім радіусом бюретки.
6. Поясніть механізм підняття змочувальної рідини у капілярі.
7. Порівняйте отримане значення коефіцієнта поверхневого натягу з його значенням за формулою Стефана.

Коротка теоретична основа експерименту

Розглянемо деякий об'єм рідини, на який не діють жодні зовнішні сили (включаючи силу тяжіння). Оскільки молекули всередині рідини перебувають у рівновазі, то це означає, що сума всіх сил що діють на неї дорівнює нулю. Молекули на поверхні рідини зазнають дії сил притягання лише з одного боку – з боку молекул рідини (дія молекул пари, що є над рідиною, незначна, через дуже малу густину пари порівняно з густиною рідини). Тому поверхневі молекули намагаються рухатися всередину рідини. Таким чином, оскільки жодна молекула “не хоче” бути на поверхні, то поверхня рідини скорочується до мінімально можливих розмірів. Оскільки мінімальну площу поверхні при заданому об'ємі має куля, то довільний об'єм рідини прагнучиме набути форми кулі. І це дійсно так. За відсутності зовнішніх сил, тобто у невагомості, будь-який об'єм рідини матиме кулясту форму. Сила, яка намагається максимально скоротити площу поверхні рідини називається **силою поверхневого натягу**.



Мал. 1.4

Щоб знайти цю силу, виділимо в уяві на поверхні рідини частину поверхні, обмежену замкнутим контуром (мал. 1.4). Ця ділянка, як і всі інші, намагається скоротити свої розміри. А це означає, що вона діє на уявний контур з певною силою, яка і є силою поверхневого натягу. Ця сила спрямована по дотичній до поверхні рідини. Оскільки рідина у будь-якій точці контуру однакова, то й згадана сила, що припадає на одиницю довжини контуру, всюди однакова, тобто вона є константою для цієї рідини. Позначимо цю величину σ . Зі сказаного випливає, що

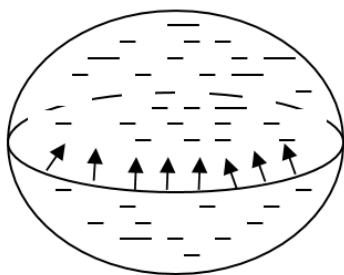
$$\sigma = \frac{F}{l}, \text{ де } F - \text{ сила, що припадає на відстань } l. \quad (1.71)$$

Тоді сила поверхневого натягу:

$$F = \sigma l. \quad (1.72)$$

Величину σ називають **коефіцієнтом поверхневого натягу**.

Наведеними вище міркуваннями ми довели, що за відсутності зовнішніх сил (в умовах невагомості) будь-який об'єм рідини буде кулястої форми. Проте, якщо об'єм рідини достатньо малий, то й в умовах дії сили тяжіння він набуватиме форму кулі. Це відбувається тому, що сила поверхневого натягу перевищує силу тяжіння. Дійсно, маленькі об'єми рідини (краплі) мають кулясту форму.



Мал. 2.

Розглянемо цю краплю рідини. Оскільки, як було доведено, сила поверхневого натягу намагається зменшити площу поверхні рідини, то поверхневий шар створює на рідину додатковий тиск. Обчислимо цей тиск. Для цього мислено розсічемо краплю рідини площиною, що проходить через її центр на дві півкулі (мал. 1.5). Ці півкулі

притягаються одна до одної із силою, що дорівнює силі поверхневого натягу:

$$F = \sigma \cdot l = \sigma \cdot 2\pi R, \quad (1.73)$$

де R – радіус кулі.

Ця сила спрямована по дотичній до кулі й, відповідно, перпендикулярно до площини перерізу. Відношення цієї сили до площі перерізу і є додатковим тиском:

$$p = \frac{F}{S} = \frac{2\pi\sigma R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (1.74)$$

Якщо крапля не кулястої форми, то додатковий тиск буде розраховуватися наступним чином:

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (1.75)$$

де R_1 та R_2 – радіуси двох довільно обраних перерізів поверхні рідини, які є перпендикулярними між собою. Цей тиск, що визначається за допомогою (1.75), називатимемо **тиском Лапласа**. Як видно, при $R_1 = R_2$ він визначатиметься за формулою (1.74).

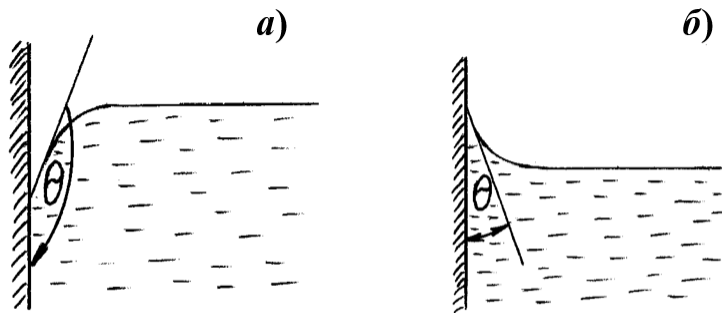
Розглянемо явища змочування та незмочування. Вище ми розглядали явище поверхневого натягу в області контакту рідини – повітря, а саме, де рідина межує зі своєю парою. Але в області контакту рідини – тверде тіло, наприклад, стінки посудини, так само виникатиме сила поверхневого натягу.

Як уже показано, явище поверхневого натягу у площинах, де рідини контактують зі своєю парою, спричинене тим, що молекули з поверхонь рідин сильніше взаємодіють з молекулами пари, ніж молекули, які перебувають всередині рідин.

У площині контакту рідини – тверде тіло можливі вже два випадки:

- молекули рідини взаємодіють із силою, більшою, ніж молекули рідини й твердого тіла. У такому разі все залишається так, як було описано для області контакту рідини – пара, а саме, рідина скорочуючи свою поверхню, набирає опуклої форми (мал. 1.6, а). Для такого явища ще вводять термін – *рідина не змочує тверде тіло*.
- молекули рідини взаємодіють із силою, меншою, ніж молекули рідини й твердого тіла. Спостерігається сильніше притягання молекул рідини до стінок посудини. Молекули намагаються проникнути в область контакту рідини – тверде тіло й поверхня рідини набуде вгнутої форми, а

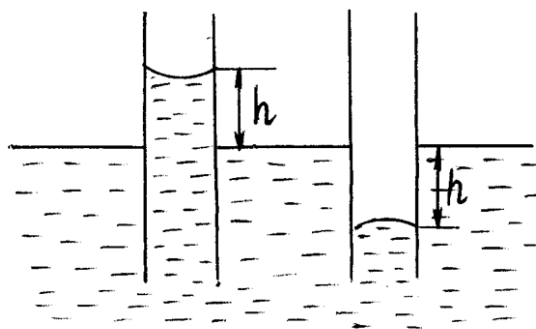
додатковий тиск під нею матиме від'ємне значення. Це випадок, коли змочування рідиною поверхні твердого тіла (мал. 1.6, б).



Мал. 1.6

Явища змочування та незмочування характеризуються крайовим кутом θ : коли $\theta = 180^\circ$ — повне незмочування, коли $\theta = 0^\circ$ — повне змочування.

Капілярні явища. Розглянемо деякий об'єм рідини у трубці дуже малого діаметра (капілярі). У цьому випадку кривизна буде практично однакова по всій поверхні (мал. 1.7). Ми будемо спостерігати цікаві явища. Через те, що меніск рідини вгнутий і тиск Лапласа від'ємний, спостерігатимемо змочування капіляра рідиною і підняття рідини вгору по капілярі. І навпаки, у випадку незмочування капіляра рідиною, вона опускатиметься вниз, що зумовлено тим, що під опуклим меніском додатковий тиск додатний.



Мал. 1.7

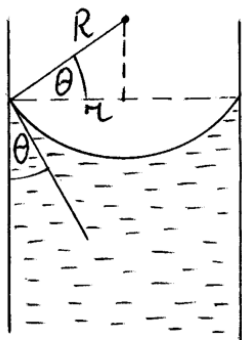
Яка ж висота підняття рідини в капілярі у випадку явища змочування? Оскільки вгнута поверхня рідини зумовлює той факт, що значення тиску у капілярі буде меншим від значення тиску у широкій посудині, будемо спостерігати у капілярі підняття стовпчика рідини на величину h . Підняття буде тривати доти, доки гідростатичний тиск такого стовпчика рідини не зрівноважиться значенням додаткового тиску під вгнутою поверхнею рідини (тиску Лапласа). Отож, умова рівноваги матиме вигляд:

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{R}, \quad (1.76)$$

де R – радіус кривизни меніска.

З останньої формули отримаємо:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gh}. \quad (1.77)$$



Мал. 1.8

Виразимо тепер значення R через радіус капіляра r .

З мал. 1.8 видно, що

$$R = \frac{r}{\cos \theta}. \quad (1.78)$$

Підставивши це рівняння в (1.76), одержимо:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho gh} \cos \theta. \quad (1.79)$$

Коефіцієнт поверхневого натягу залежно від природи речовини (емпірична формула Стефана):

$$\sigma = \frac{q}{N_A} \left(\rho \frac{N_A}{\mu} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (1.80)$$

де q – молярна теплота пароутворення; N_A – число Авогадро; ρ – густина; μ – молярна маса.

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Природа поверхневого натягу в рідинах.
- Сила поверхневого натягу.
- Формула Лапласа для тиску під кривою поверхнею рідини.
- Явища змочування та незмочування.
- Капілярні явища.

1.5. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №5 на тему “Дослідження залежності коефіцієнта поверхневого натягу від температури”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Який фізичний зміст коефіцієнта поверхневого натягу?
2. Поясніть механізм явища поверхневого натягу.
3. Вкажіть на суттєву різницю між явищем поверхневого натягу на межі рідина – пара та рідина – тверде тіло.
4. Встановіть аналітичну залежність $\sigma(T)$ за отриманими результатами у результаті виконання лабораторної роботи.
5. Як можна визначити довжину контура пластини будь-якої форми, маючи рідину з відомим коефіцієнтом поверхневого натягу?

Нагадаємо, що коефіцієнт поверхневого натягу дорівнює відношенню сили поверхневого натягу, що діє на межу рідини (дійсну чи уявну) до довжини цієї межі. А сила поверхневого натягу виникає внаслідок максимально можливого скорочення площі поверхні рідини. Це скорочення відбувається тому, що поверхневі молекули під дією сил притягання з об'єму рідини прагнуть проникнути всередину рідини.

Тепер поміркуємо, що відбудеться, якщо зросте температура рідини. Оскільки при цьому зросте кінетична енергія молекул, то зростуть і середні відстані між ними, а зі зростанням цих відстаней зменшиться сила притягання поверхневих молекул до об'єму рідини, що призведе до зменшення сили поверхневого натягу й, відповідно, зменшення коефіцієнта поверхневого натягу.

Очевидно, що при критичній температурі, тобто коли зникає межа між рідиною і парою, коефіцієнт поверхневого натягу перетвориться на нуль. Метод зникнення сили поверхневого натягу є одним із дослідних методів визначення критичної точки.

Експерименти показують, що для багатьох речовин залежність коефіцієнта поверхневого натягу від температури – лінійна.

Коефіцієнт поверхневого натягу сильно залежить від наявності домішок у рідині. Незначна їх кількість може дуже змінити коефіцієнт

поверхневого натягу. Яскравий приклад – домішка мила до води, яка суттєво зменшує коефіцієнт поверхневого натягу води, чим і пояснюється відмивний ефект мильної води.

Речовини, які мають менший коефіцієнт поверхневого натягу, ніж у даній рідині, збираються ближче до поверхні рідини. Це відбувається, тому, що сила їх притягання до молекул рідини менша, ніж сила притягання між молекулами рідини. Такі речовини називаються поверхнево-активними.

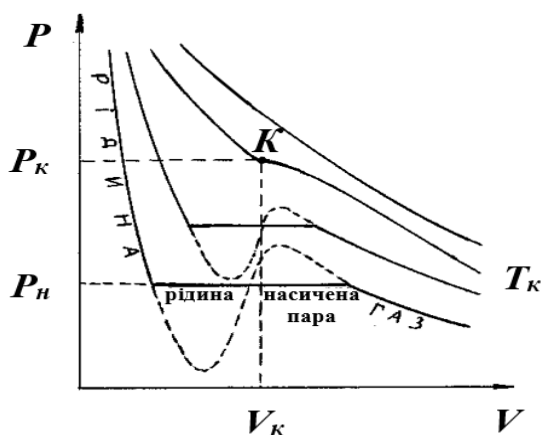
Очевидно, що добре нам відоме рівняння Клапейрона $PV = \nu RT$ описує речовину лише у газоподібному стані оскільки при його виведенні не враховувалася взаємодія між молекулами. Врахування цієї взаємодії можна здійснити за допомогою введення поправок до цього рівняння. Одним з найбільш вдалих таких рівнянь є рівняння Ван-дер-Ваальса:

$$(P + \nu^2 \frac{a}{V^2})(V - \nu b) = \nu RT, \quad (1.81)$$

де a та b – сталі величини, які можна знайти експериментально.

У цьому рівнянні поправка на тиск $\nu^2 \frac{a}{V^2}$ враховує зменшення тиску газу внаслідок притягання між молекулами. Вона називається **внутрішнім тиском**. Поправка на об'єм νb враховує **власний об'єм молекул**, оскільки вони не є матеріальними точками.

Якщо у рівнянні (1.81) зафіксувати тиск P та температуру T , то отримаємо після перетворень кубічне рівняння відносно об'єму V . Це означає, що при різних P і T можна отримати одне, два або три значення V . Проте фізичний зміст мають тільки два корені – вони відповідають газоподібному та рідкому станам.



Мал. 1.9

Представимо ізотерми речовини Ван-дер-Ваальса при різних температурах. Вони мають вигляд суцільної кривої, яка переходить у штрихову (мал. 1.9). Експериментальні ізотерми показані суцільною лінією. Бачимо, що вони збігаються з ізотермами

Ван-дер-Ваальса (крім області посередині графіка). Прослідкуємо хід цих ізотерм справа наліво, тобто при зменшенні об'єму.

Отже, стискаємо газ у закритій посудині при сталій температурі. При цьому спочатку експериментальна ізотерма буде підлягати закону Бойля-Маріотта. Проте при певному об'ємі його залежність від тиску зникне (горизонтальна ділянка кривої). Це пов'язано з тим, що розпочалася конденсація газу і при стисканні його все більше переходить у рідину. Такий рівноважний стан газу (пари) зі своєю рідиною називається **станом насиченої пари**. Тиск P_n , що відповідає цьому стану називається тиском насиченої пари.

Повернемося до графіка. Якщо й далі стискати насичену пару, то врешті-решт уся вона сконденсує, і в посудині залишиться лише рідина, яка при подальшому стисканні буде дуже мало зменшувати свій об'єм, тому ізотерма круто піде вгору.

Якщо ж описаний вище дослід провести при вищій температурі, то, як видно з малюнка, все повторюється з тією лише різницею, що ділянка насиченої пари стає коротшою. Підвищуючи й далі температуру, ми отримаємо ізотерму (на графіку вона позначена як T_k), на якій взагалі відсутня ділянка насиченої пари – вона стягнулася у точку. Вона називається **критичною точкою**. Стан, що відповідає цій точці, називається **критичним станом**, а параметри цього стану – **критичними параметрами**. Фізичний зміст критичної температури можна зрозуміти, коли, продовжувати збільшувати температуру та слідкувати за залежністю $P(V)$ і газом у посудині: на ізотермах при $T > T_k$ немає жодних особливих точок, а газ не переходить у рідину, як би його не стискали, тобто при температурах, вищих за критичну, зрідження газу є неможливим. Залучимо рівняння Ван-дер-Ваальса (1.81) до визначення критичних параметрів. Скористаємося тим, що у критичній точці всі три корені кубічного многочлена рівні між собою й дорівнюють критичному об'єму V_k , а це означає, що цей многочлен може бути записаний як $(V - V_k)^3$. Тоді, перетворивши рівняння Ван-дер-Ваальса так, щоб зліва був кубічний многочлен, а справа нуль, і прирівнявши цей многочлен до $(V - V_k)^3$, отримаємо (для одного моля):

$$V^3 - \left(b + \frac{RT_k}{P_k}\right)V^2 + \frac{a}{P_k}V - \frac{ab}{P_k} = (V - V_k)^3. \quad (1.82)$$

Многочлени рівні між собою тоді, коли рівні між собою коефіцієнти при відповідних членах, тому, розкривши дужки в правій частині цього рівняння і прирівнявши коефіцієнти при V^3 , V^2 і V , а також вільні члени, одержимо:

$$V_k = 3b; \quad (1.83)$$

$$T_k = \frac{8a}{27bR}; \quad (1.84)$$

$$P_k = \frac{a}{27b^2}. \quad (1.85)$$

Важливо нагадати, що V_k – це критичний об'єм одного моля (критичний молярний об'єм), його одиницею вимірювання є $\frac{м^3}{моль}$.

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Природа поверхневого натягу у рідинах.
- Формула Лапласа для тиску під кривою поверхнею рідини.
- Явища змочування, незмочування і капілярності.
- Залежність коефіцієнта поверхневого натягу рідини від температури та концентрації розчиненої у ній речовини.
- Критичний стан речовини.

1.6. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №6 на тему “Визначення відносної вологості повітря”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Чому гігрометр треба відгороджувати від експериментатора скляним екраном?
2. Для чого потрібний примусовий рух повітря у психрометрі?
3. Поясніть причину зниження температури кипіння води зі зниженням атмосферного тиску.
4. Побудуйте теоретичну залежність тиску насиченої пари води від температури в області температур біля 100°C і порівняйте її з експериментальною. Вкажіть на причину відхилень.

Перш ніж ввести поняття **фази**, наголосимо, що слово *фаза* тут буде мати зовсім інший зміст, ніж стосовно коливань і хвиль. У рівнянні коливань чи хвилі фазою називали кут, від якого залежить зміщення точки середовища в цей момент часу.

У термодинаміці **фазою** називають частину термодинамічної системи, яка має однакові фізичні та хімічні властивості.

Наприклад, якщо воду герметично закрити у посудині, то у цій системі буде дві частини з однаковими фізичними та хімічними властивостями – рідина й пара, тобто буде дві фази.

Проте поняття фази не збігається з поняттям агрегатного стану. Так графіт та алмаз – це дві різні фази вуглецю у твердому стані, тобто алмаз та графіт, перебуваючи в одному агрегатному стані (твердому), належать до різних фаз. Іншими прикладами різних фаз у твердому стані є біле й сіре олово, різні фази льоду. Прикладами різних фаз у газоподібному стані є кисень та озон.

Перехід від однієї фази до іншої називають **фазовим переходом**. Фазовий перехід, під час якого має місце поглинання або виділення деякої кількості теплоти, називають **фазовим переходом першого роду**. У протилежному випадку спостерігається **фазовий перехід другого роду**.

Як приклад фазового переходу першого роду, можна назвати випаровування з рідкого чи твердого станів, конденсацію, плавлення та кристалізацію. Фазовим переходом другого роду є перехід між різними фазами речовини у твердому стані, перехід речовини до надпровідного чи надплинного стану.

Розглянемо фазовий перехід першого роду – випаровування.

Усі фазові переходи першого роду описуються **рівнянням Клапейрона-Клаузіуса**, яке є наслідком другого закону термодинаміки. Це рівняння має вигляд:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda_{12}}{V_2' - V_1'}, \quad (1.86)$$

де λ_{12} – питома теплота фазового переходу, а саме, кількість теплоти, яка поглинається чи виділяється одиницею маси речовини під час фазового переходу; V_1' та V_2' – питомі об'єми відповідних фаз, тобто об'єми, що припадають на одиницю маси у фазах, між якими відбувається перехід; p – рівноважний тиск; T – рівноважна температура.

Перед тим, як застосовувати рівняння Клапейрона-Клаузіуса до фазового переходу рідина – пара, з'ясуємо поняття рівноважного тиску й температури. Для цього уявімо собі герметично закриту посудину, частину об'єму якої займає вода. Як тільки ми наллємо у посудину воду й накриємо її, починається процес випаровування води (незалежно від того, чи буде над водою повітря, чи вакуум). Проте, як тільки у посудині з'явиться пара, розпочнеться зворотний процес – конденсація. Швидкість випаровування спочатку буде переважати швидкість конденсації, але зі збільшенням кількості пари швидкість випаровування буде зменшуватися, а конденсації – збільшуватися і через деякий час ці швидкості вирівнюються, тобто настане стан рівноваги між рідиною та парою. Тиск пари, який встановиться у цьому стані, називають **тиском насиченої пари**, а саму пару – **насиченою**. Все це відбувається при певній фіксованій температурі. Якщо ж температуру підвищити, то знову деякий час переважатиме процес випаровування, збільшуючи тим самим тиск пари. Проте процес, описаний вище, повториться й настане рівновага, але вже при вищому тиску насиченої пари.

Отже, наведені вище міркування вказують на те, що з підвищенням температури величина тиску насиченої пари збільшується. Знайдемо цю залежність з рівняння Клапейрона-Клаузіуса. У цьому рівнянні тепер $\lambda_{12} = \lambda$ – це питома теплота пароутворення. Відповідно до означення питомого об'єму:

$$V' = \frac{V}{m} = \frac{1}{\rho}. \quad (1.87)$$

У цьому рівнянні об'єм V_1' – це питомий об'єм рідини, а об'єм V_2' – питомий об'єм пари.

Оскільки густина пари набагато менша за густину рідини, то питомий об'єм пари набагато більший за питомий об'єм рідини, тобто $V_2' \gg V_1'$. Знехтувавши V_1' порівняно з V_2' , отримаємо з рівняння (1.86):

$$\frac{dP}{dT} = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{V_2'}. \quad (1.88)$$

Підставимо в це рівняння $V_2' = \frac{1}{\rho}$. Густина ρ , своєю чергою,

визначимо з рівняння стану $PV = \frac{m}{\mu} \cdot RT$:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\mu P}{RT}; \quad V_2' = \frac{RT}{\mu P}.$$

Підставивши останню рівність у (1.88), одержимо:

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\lambda \mu P}{RT^2}.$$

Ми отримали диференціальне рівняння, невідомим в якому є функція $P(T)$. Знайдемо її, розділивши змінні:

$$\frac{dP}{P} = \frac{\lambda \mu}{R} \cdot \frac{dT}{T^2}.$$

Проінтегрувавши, отримаємо:

$$P = C e^{-\frac{\lambda \mu}{RT}}. \quad (1.89)$$

Щоб знайти сталу інтегрування C , треба мати хоча б одну експериментальну точку (T_0, P_0) . Підставивши її в (1.89), можна знайти цю сталу.

Отже, тиск насиченої пари досить стрімко (експоненційно) зростає з температурою: при зростанні абсолютної температури вдвічі, тиск насиченої пари зростатиме в e^2 разів, тобто більше, ніж у 7 разів. Якщо врахувати, що питома теплота пароутворення λ не є константою й зменшується зі збільшенням температури, то це зростання буде ще стрімкішим. Для порівняння, якщо при температурі 0°C тиск насиченої пари становить **0,0006 $p_{\text{атм}}$** , то при **100°C** він вже дорівнює атмосферному тиску $p_{\text{атм}}$. З цієї причини вода при атмосферному тиску кипить при 100°C (тиск всередині бульбашки пари при цій температурі вирівнюється з атмосферним, і вона виходить на поверхню). Тому залежність тиску насиченої пари від температури називають ще **лінією кипіння**.

Дійсно, якщо зовнішній тиск над поверхнею води p буде більший, ніж атмосферний, то вода закипить тоді, коли тиск насиченої пари досягне величини цього зовнішнього тиску.

Залежність тиску насиченої пари від температури, що задається формулою (1.89), може бути отримана лише у закритій посудині, тобто при сталому об'ємі. У сталому об'ємі, де є рідина, пара завжди буде у стані насичення.

Якщо ж об'єм необмежений або практично необмежений (як атмосфера Землі), то пара, що є у повітрі, не мусить бути у стані насичення. Тому для характеристики ступеня насиченості пари вводиться поняття відносної вологості повітря. **Відносна вологість повітря** – це відношення парціального тиску пари води, яка є в повітрі, до тиску насиченої пари при цій самій температурі:

$$\varphi = \frac{P_a}{P_n}. \quad (1.90)$$

Парціальний тиск пари ще називається **абсолютною вологістю**. Відносну вологість переважно вимірюють у відсотках, помноживши φ на 100%.

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Поняття про фазу та фазові переходи.
- Застосування рівняння Клапейрона-Клаузіуса до знаходження залежності тиску насиченої пари від температури.
- Відносна вологість повітря.

1.7. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №7 на тему “Дослідження теплового розширення твердих тіл і рідин”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Як пояснюється теплове розширення твердих тіл і рідин?
2. Чи змінюється форма ізотропного твердого тіла при нагріванні?
3. Наведіть приклади практичного застосування теплового розширення твердих тіл і рідин.
4. Що таке біметалева пластинка і як її можна використати?
5. Запропонуйте конструкцію термометра, який би працював за принципом теплового розширення твердих тіл.
6. У чому полягає перевага ртуті в застосуванні до термометрів?

Незаперечним фактом є теплове розширення тіл, причиною якого полягає у збільшенні відстані між атомами. З підвищенням температури інтенсивність коливань атомів збільшується. Але це не привело б до збільшення відстані між атомами, якби ці коливання були гармонічними.

На мал. 1.10 наведена залежність сили взаємодії між двома атомами залежно від відстані (*a*) та потенціальної енергії їх взаємодій (*b*).

Для рівноважної відстані x_0 сила взаємодії рівна нулеві, а потенціальна енергія мінімальна й рівна U_{min} .

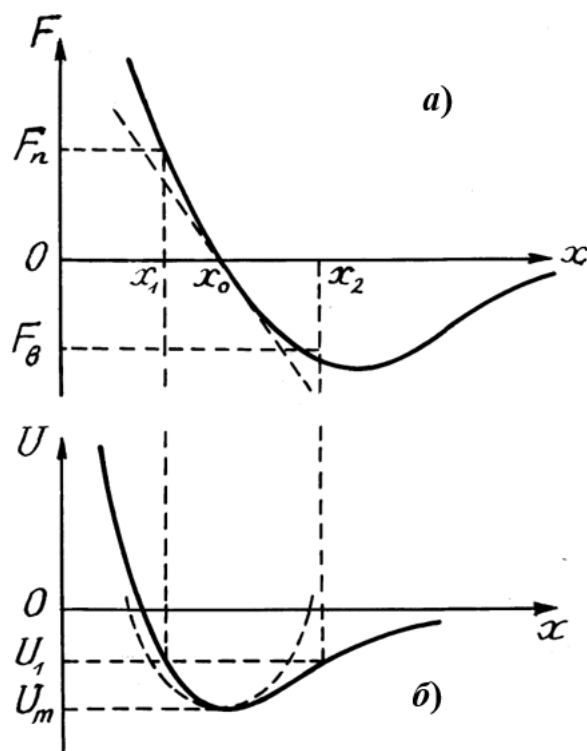
Якби ми прийняли, що теплові коливання атомів гармонічні, то сила взаємодії між атомами мала б лінійну залежність від x :

$$F = - kx, \quad (1.91)$$

яка відома як закон Гука, а потенціальна енергія взаємодії описувалась би квадратичною функцією відстані x :

$$U(x) = U_{min} + \frac{1}{2} kx^2. \quad (1.92)$$

На графіках $F = F(x)$ та $U = U(x)$ ці залежності зображені пунктиром. Як видно, гармонічне наближення відображає реальну ситуацію лише при невеликих відхиленнях атома від положення рівноваги x_0 , тобто при низьких температурах (поблизу абсолютного нуля).



Мал. 1.10

При вищих температурах спостерігається **ангармонізм** теплових коливань атомів, що виразно видно з мал. 1.10. Для стану атома з потенціальною енергією U_1 відхилення атома x_2 від положення рівноваги x_0 вправо більше, ніж відхилення атома x_1 вліво. Ця асиметрія зростає зі збільшенням U , тобто температури.

Отже, сила взаємодії між сусідніми атомами нелінійно залежить від зміщення атома:

$$F = -kx + bx^2, \quad (1.93)$$

де b – коефіцієнт ангармонічності.

Так само потенціальна енергія міжатомної взаємодії $U(x)$ буде мати члени вищого порядку:

$$U(x) = U_{min} + \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{3}bx^3 + \frac{1}{4}cx^4, \quad (1.94)$$

де третій доданок описує асиметрію взаємного відштовхування атомів, а четвертий актуальний при високих амплітудах та описує загальне “пом’якшення” коливань.

Методами статистичної фізики, виходячи з розподілу Больцмана, можна знайти середнє значення відхилення атома від положення рівноваги:

$$\bar{x} = \frac{3k_B T b}{4k^2}, \quad (1.95)$$

де k_B – стала Больцмана; k – коефіцієнт квазіпружної сили.

Оскільки за означенням коефіцієнт термічного розширення рівний відносній зміні середньої відстані між частинками (атомами чи молекулами) при зміні температури на 1 K , тобто:

$$\alpha = \frac{1}{x_0} \cdot \frac{d\bar{x}}{dT}, \quad (1.96)$$

то враховуючи (1.95), одержимо:

$$\alpha = \frac{3bk_B}{4x_0k^2}. \quad (1.97)$$

Як видно з виразу (1.97), коефіцієнт теплового розширення не залежить від температури й при $b \rightarrow 0$ також прямує до нуля. Видно також, що для матеріалів із сильним гармонічним зв'язком (велике значення коефіцієнта k) теплове розширення є меншим.

Для металів з кубічною ґраткою існує зв'язок між температурою Дебая T_D та коефіцієнтом лінійного розширення α :

$$T_D = \frac{19,37}{\sqrt{\pi A V \frac{2}{3} \alpha}}, \quad (1.98)$$

де A – атомна маса; V – атомний об'єм.

Для сплавів за атомну масу беруть її середньоквадратичне значення:

$$\bar{A} = \sqrt{\frac{A_A^2 + A_B^2}{2}}.$$

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Тепловий рух у кристалах.
- Теплове розширення твердих тіл.
- Фізичний зміст коефіцієнтів лінійного й об'ємного розширення.
- Механізм теплопровідності твердих тіл.
- Теплове розширення рідин.

1.8. Методичні рекомендації для підготовки

до лабораторної роботи №8 на тему

“Визначення коефіцієнта теплопровідності твердих тіл”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Який фізичний зміст коефіцієнта теплопровідності?
2. Від чого залежить теплопровідність речовин?
3. Чому провідники мають високу теплопровідність?
4. Для чого будівельники використовують пінопласт?
5. Чому жало паяльника роблять з міді, а ручку – з дерева або пластику?
6. Чому стіни цегляних будинків роблять товстішими ніж дерев'яних?
7. Що таке фонони?
8. У чому відмінність явищ перенесення у газах і твердих тілах?

Теплопровідність належить до явищ перенесення, як і дифузія та внутрішнє тертя (в'язкість). Суть процесів перенесення полягає у намаганні системи досягнути рівноважного стану. У стані рівноваги температура T у всіх точках термодинамічної системи однакова. Якщо в якійсь частині системи температура відхилиться від рівноважного значення, то виникає перенесення теплоти в таких напрямках, щоб вирівняти температуру у всій системі, тобто виникає **теплопровідність**.

На відміну від газів, де енергію теплового руху переносять молекули, теплопровідність у твердих тілах здійснюється взаємодією між молекулами, в результаті чого їх тепловий рух набуває колективного характеру. З погляду квантової теорії тепловий рух молекул у твердому тілі може бути описаний як ідеальний газ **фононів**.

Теплопровідність полягає у перенесенні енергії теплового руху від більш нагрітої ділянки тіла до його менш нагрітої ділянки, тобто у вирівнюванні температури.

У стаціонарному режимі теплопровідність описується законом Фур'є, який для одновимірного випадку має вигляд:

$$dQ = -\chi \frac{\partial T}{\partial x} \cdot S \tau, \quad (1.99)$$

де χ – коефіцієнт теплопровідності, який характеризує здатність речовини проводити тепло; $\partial T / \partial x$ – градієнт температури; S – площа поперечного перерізу зразка, по якому протікає тепловий потік; τ – час протікання тепла; dQ – кількість тепла. Знак “мінус” у формулі (1.99) показує, що напрям потоку тепла й напрям градієнта температури протилежні.

Як видно з формули (1.99), коефіцієнт теплопровідності чисельно дорівнює кількості теплоти, що проходить за одиницю часу через одиницю площі перерізу зразка при градієнті температури, рівному одиниці. У міжнародній системі одиниць СІ χ виражається у $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-1} \cdot \text{К}^{-1}$

Теплопровідність твердих тіл має різну природу залежно від типу твердого тіла. Згідно з квантовою теорією, теплопровідність здійснюється за допомогою фононів – квазічастинок, які є квантами пружних коливань атомів речовини. Якщо речовина має вільні електрони, то вони теж переносять тепло, тому коефіцієнт теплопровідності провідників складається з двох доданків – електронної складової χ_{el} та ґраткової або фононної χ_{ϕ} :

$$\chi = \chi_{el} + \chi_{\phi}. \quad (1.100)$$

При звичайних температурах, $\chi_{el} \gg \chi_{\phi}$, тому теплопровідність металів вища, ніж діелектриків. Для металів виконується закон Відемана-Франца:

$$-\frac{\chi_{el}}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \cdot T, \quad (1.101)$$

де k_B – стала Больцмана, e – заряд електрона, T – абсолютна температура, σ – питома електропровідність.

Оскільки вклад фононої складової теплопровідності у металів малий, у рівнянні (1.101) χ_{el} можна замінити на χ .

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Кристалічний стан речовини.
- Тепловий рух у кристалах.
- Механізм теплопровідності твердих тіл.
- Закон Фур'є.
- Фізичний зміст коефіцієнта теплопровідності.

1.9. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №9 на тему “Дослідження явищ переносу в газах”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Як залежить середня довжина вільного пробігу молекул газу від тиску та температури?

2. Чому у формули для коефіцієнтів, що характеризують явища перенесення (в'язкість, теплопровідність, дифузію), одержані на основі молекулярно-кінетичної теорії, входить середня довжина вільного пробігу молекул?

3. Який тепловий потік називається стаціонарним?

4. Коли має місце внутрішнє тертя? Запишіть закон Ньютона та поясніть його.

5. Чому між рухомими шарами газу (з різними швидкостями) виникає сила внутрішнього тертя?

6. Наведіть послідовність математичних операцій та фізичних міркувань, які потрібно виконати й обґрунтувати, щоб отримати формулу коефіцієнта внутрішнього тертя ($\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}$).

7. Чому коефіцієнт внутрішнього тертя не залежить від тиску газу?

8. Як залежить коефіцієнт внутрішнього тертя від температури? Чому?

9. Який фізичний зміст коефіцієнта в'язкості?

Відомо, що рухи молекул спричиняють їхнє зіткнення між собою та низку інших явищ. Зокрема, хаотичний рух молекул зумовлює їхній перехід з одних місць на інші з перенесенням властивої їм маси, імпульсу й енергії. За певних умов такі перенесення можуть набути напрямленого характеру. Такі процеси й називаються явищами переносу. Вивчення цих

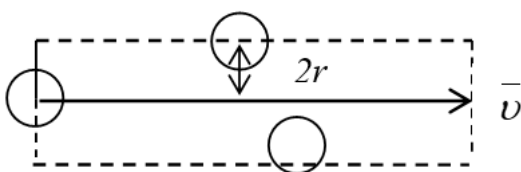
явищ поглиблює уявлення про внутрішню будову речовин, а також дає можливість визначити додаткові характеристики молекул газу.

Молекули газу, перебуваючи в тепловому (хаотичному) русі, постійно зазнають зіткнень між собою. Нехай ми маємо ідеальний газ у деякій посудині. Молекули цього газу взаємодіють між собою тільки під час зіткнень. Між двома послідовними зіткненнями молекула рухається рівномірно й прямолінійно. Відстань, яку проходить молекула між двома послідовними зіткненнями, називають середньою довжиною вільного пробігу й позначають $\bar{\lambda}$.

У момент зіткнення відбувається зміна величини та напрямку швидкості молекули. Таким чином, траєкторією руху довільної з молекул газу є складна ламана лінія. Довжина ділянок траєкторії за 1 секунду буде чисельно дорівнювати середній швидкості молекул $\bar{v}$, а число окремих ділянок рівне числу зіткнень молекули $\bar{z}$ за той самий проміжок часу (тобто 1 с). Виходячи з вищенаведених міркувань, середня довжина вільного пробігу, буде рівна:

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}}. \quad (1.102)$$

Для визначення кількості зіткнень молекул уявімо собі, що всі молекули газу перебувають на своїх місцях нерухомо й тільки одна рухається. Нехай вона рухається прямолінійно й рівномірно зі швидкістю $\bar{v}$ (мал. 1.11). За одну секунду рухома молекула зазнає зіткнень з усіма молекулами, центри яких перебувають в об'ємі циліндра довжиною $\bar{v} \cdot 1 \text{ с} = \bar{v}$ та радіусом $R = 2r$, де r – ефективний радіус молекули.



Мал. 1.11

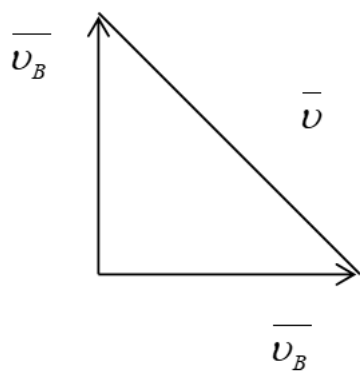
Якщо вважати, що в одиниці об'єму є кількість молекул n_0 , то помноживши цю кількість на об'єм згаданого циліндра, визначимо число

зіткнень молекули:

$$\bar{z} = n_0 \pi (2r)^2 \bar{v}. \quad (1.103)$$

Оскільки всі інші молекули також перебувають у русі, то для врахування цього потрібно у вираз (1.103) замість абсолютної швидкості молекули v (тобто швидкості відносно стінок посудини) підставити відносну швидкість молекули v_B , тобто швидкість відносно рухомих молекул, з якими відбуваються зіткнення.

Зваживши на те, що кут між швидкостями двох молекул у їх хаотичному русі змінюється у межах від 0 до 180°, з високою точністю



можна стверджувати, що середнє значення кута між швидкостями буде дорівнювати 90°. Саме тому, виходячи з вищесказаного і мал. 1.12, відносна швидкість молекули буде рівна:

$$\bar{v}_B = \sqrt{2\bar{v}}.$$

Мал. 1.12

Підставивши значення відносної швидкості у формулу (1.103), отримаємо остаточний вираз для

середнього числа зіткнень молекул за 1 с:

$$\bar{z} = 4\sqrt{2} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot \bar{v} \cdot n_0. \quad (1.104)$$

Підставивши вираз для числа зіткнень (1.104) у вираз (1.102), знайдемо середню довжину вільного пробігу молекули:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n_0}. \quad (1.105)$$

Якщо записати діаметр молекули як $\sigma = 2r$, то останнє рівняння (1.105) набуде вигляду:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi \sigma^2 n_0}. \quad (1.106)$$

Із макроскопічної точки зору внутрішнє тертя у рідинах і газах можна описати законом Ньютона, згідно з яким сила внутрішнього тертя

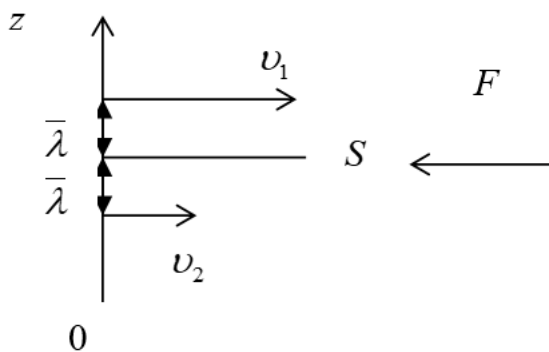
пропорційна градієнту швидкості руху рідини чи газу $\left(\frac{\Delta v}{\Delta z}\right)$ та площі шарів S , між якими визначається сила тертя:

$$F = \eta \left(\frac{\Delta v}{\Delta z}\right) S, \quad (1.106)$$

де η – коефіцієнт в'язкості.

З погляду молекулярно-кінетичної теорії внутрішнє тертя є результатом перенесення імпульсу з одного шару в інший, який відбувається внаслідок хаотичного теплового руху молекул.

Нехай в однорідному середовищі існує градієнт швидкості $\left(\frac{\Delta v}{\Delta z}\right)$ у напрямку осі Oz. Виберемо всередині газу деяку поверхню S , яка паралельна до потоку газу (мал. 1.13). Нехай вище від цієї поверхні швидкість потоку дорівнює v_1 , а нижче – v_2 , і виконується умова $v_2 < v_1$.



Мал. 1.13

Унаслідок хаотичного руху молекул через цю поверхню за час $\Delta \tau$ зверху вниз і знизу вгору пройде однакова кількість молекул, а саме:

$$\frac{1}{6} n_0 S \bar{v} \Delta \tau. \quad (1.107)$$

Але при переході вгору вони переносять кількості руху, яка рівна

$$\frac{1}{6} n_0 S \bar{v} \cdot \Delta \tau \cdot m v_2, \quad (1.108)$$

де $m v_2$ – кількість орієнтованого руху молекул (імпульс) у нижньому шарі потоку газу. При переході навпаки:

$$\frac{1}{6} n_0 S \cdot \bar{v} \cdot \Delta \tau \cdot m v_1, \quad (1.109)$$

де $m v_1$ – кількість орієнтованого руху молекул у верхньому шарі потоку газу.

Результуючий імпульс, що переноситься через поверхню S за проміжок часу $\Delta\tau$:

$$\Delta P = \frac{1}{6} n_0 m \bar{v} (\nu_1 - \nu_2) S \Delta\tau, \quad (1.110)$$

Оскільки $(\nu_1 - \nu_2)$ є різницею швидкостей шарів газу на відстані $2\bar{\lambda}$ (мал. 1.13), то її можна записати через градієнт швидкості:

$$\nu_1 - \nu_2 = \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) 2\bar{\lambda}.$$

Зробивши, відповідно до цієї рівності, заміну у рівнянні (1.110), отримаємо:

$$\Delta P = \frac{1}{3} \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) S \Delta\tau, \quad (1.111)$$

Швидкість зміни імпульсу $\left(\frac{\Delta P}{\Delta t} \right)$ визначає силу, яка діє на поверхню S , тобто силу внутрішнього тертя:

$$F = \frac{\Delta P}{\Delta\tau} = \frac{1}{3} \rho \cdot \bar{v} \cdot \bar{\lambda} \left(\frac{\Delta v}{\Delta z} \right) S, \quad (1.112)$$

Порівнявши рівняння (1.106) та (1.112), видно, що коефіцієнт в'язкості дорівнює

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{v} \bar{\lambda}. \quad (1.113)$$

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

1. Число зіткнень та середня довжина вільного пробігу молекул.
2. Явище переносу в газах: в'язкість, теплопровідність, дифузія.

1.10. Методичні рекомендації для підготовки до лабораторної роботи №10 на тему “Визначення питомої теплоти пароутворення води та зміни ентропії”

Знати відповідь на такі запитання:

1. Пояснити відмінність між випаровуванням та кипінням.
2. До якого типу фазових переходів відносять кипіння?
3. Від чого залежить швидкість випаровування рідини?
4. Дати означення ентропії.
5. У яких процесах ентропія зменшується?
6. У чому полягає статистичний зміст другого начала термодинаміки?

Відомо, що для оборотних процесів $\oint \frac{dQ}{T} = 0$, (1.114)

а для незворотних процесів $\oint \frac{dQ}{T} < 0$. (1.115)

Рівняння (1.114) та (1.115) відомі як перший та другий інтеграли Клаузіуса. Ентропія є функція стану системи й зростає згідно з виразом (1.115) для необоротних процесів, яким, зокрема, є випаровування рідини з її вільної поверхні. Ентропія, як і внутрішня енергія U , є величиною адитивною, тому ентропія складної системи дорівнює алгебраїчній сумі ентропій незалежних частин системи.

Для рідини, що випаровується, зміна ентропії при переході її зі стану 1 у стан 2:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = \frac{rm}{T}, \quad (1.116)$$

де r – питома теплота пароутворення досліджуваної рідини; m – маса рідини, що випарувалась за деякий час t ; T – абсолютна температура рідини під час дослідження.

Оскільки ми визначаємо *зміну* ентропії, то ентропія певного стану визначається з точністю до адитивної сталої:

$$S = \int_0^1 \frac{dQ}{T} + S_0, \quad (1.117)$$

де S_0 – ентропія у стані, прийнятому за нульовий. Диференціюючи вираз (1.117), одержимо вираз для повного диференціала ентропії:

$$dS = \frac{dQ}{T}. \quad (1.118)$$

Ентропію називають ще мірою безладдя у системі. Оскільки ентропія пов'язана з термодинамічною імовірністю w :

$$S = k_B \ln w, \quad (1.119)$$

де k_B – стала Больцмана, то природні процеси відбуваються так, що безладдя у системі зростає, тобто інформація про систему зменшується.

Ентропія є мірою знецінення енергії, оскільки природні процеси супроводжуються зростанням ентропії, то перехід енергії з одного виду в інший стає менш можливим.

Додатково необхідно опрацювати за підручниками такі питання:

- Випаровування. Кипіння.
- Ентропія. Закон зростання ентропії в ізольованій системі.
- Фазові переходи.
- Рівняння Клапейрона-Клаузіуса.
- Рівновага фаз.

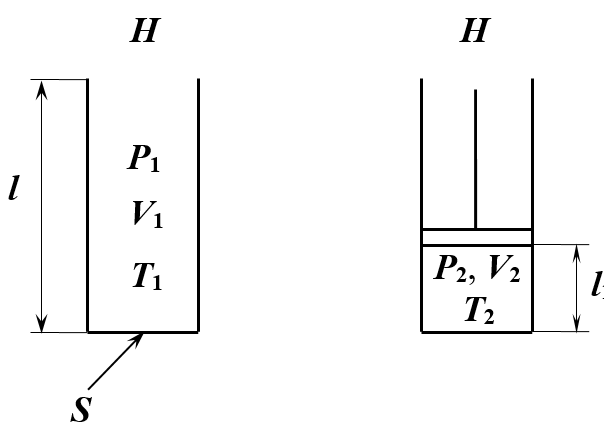
2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ТА ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

2.1. Закони ідеальних газів

Приклади розв'язування задач

Задача 1.

У циліндрі завдовжки $l = 1,6 \text{ м}$, заповненому повітрям за нормального атмосферного тиску H , розпочали повільно просувати поршень площею $S = 200 \text{ см}^2$. Визначте силу F , що діятиме на поршень, у випадку, коли його зупинили на відстані $l_1 = 10 \text{ см}$ від дна циліндра.

$l = 1,6 \text{ м}$ $S = 200 \text{ см}^2$ $l_1 = 10 \text{ см}$ $H = 10^5 \text{ Па}$ $F - ?$	$= 0,02 \text{ м}^2$ $= 0,1 \text{ м}$		$P_2 = \frac{F}{S}$
		$P_1 = H$ $V_1 = l S$ $T_1 = T_2$	$P_2 = ?$ $V_2 = l_1 S$

Ізотермічний процес описується законом Бойля і Маріотта:

для $m = \text{const}$ при $\underline{T = \text{const}}$:

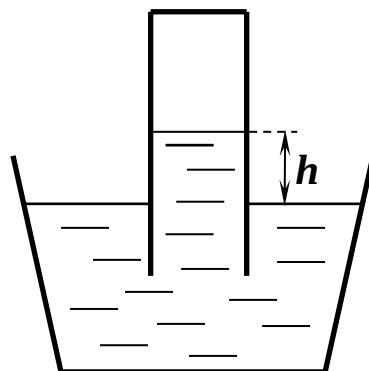
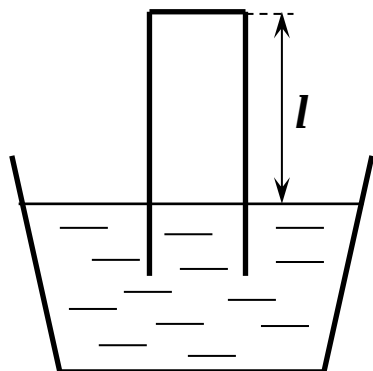
$$PV = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

Звідси: $P_2 = \frac{P_1 V_1}{V_2} = \frac{H \cdot l \cdot S}{l_1 \cdot S} = \frac{H \cdot l}{l_1}.$

Тоді $F = P_2 \cdot S = \frac{H \cdot l}{l_1} S = \frac{10^5 \cdot 1,6 \cdot 0,02}{0,1} = 32000 \text{ (Н)} = 32 \text{ кН}.$

Задача 2.

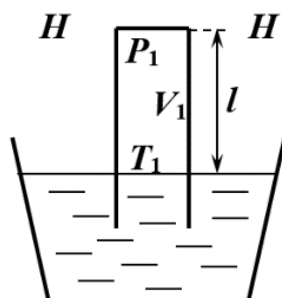
У широку посудину з водою був поміщений догори дном циліндричний стакан. Рівень води всередині і зовні циліндричного стакана є на однаковій висоті. Довжина відрізка l від рівня води до дна стакана дорівнює **40 см**. Температура повітря $T_1 = 350 \text{ K}$. Визначте значення температури T_2 , до якої потрібно понизити температуру повітря, щоб вода у циліндричному стакані піднялася на висоту $h = 46 \text{ мм}$. Атмосферний тиск нормальний.



$$\begin{aligned} T_1 &= 350 \text{ K} \\ h &= 46 \text{ мм} \\ l &= 40 \text{ см} \\ H &= 10^5 \text{ Па} \end{aligned}$$

$$T_2 = ?$$

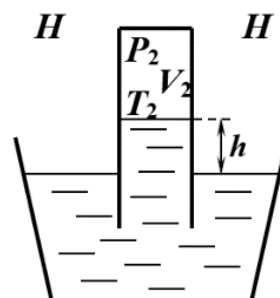
$$\begin{aligned} &= 0,046 \text{ м} \\ &= 0,4 \text{ м} \end{aligned}$$



$$P_1 = H$$

$$V_1 = lS$$

$$T_1$$



$$P_2 = H - \rho gh$$

$$V_2 = (l - h)S$$

$$T_2 = ?$$

Рівняння Клапейрона:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2};$$

$$\frac{H \cdot lS}{T_1} = \frac{(H - \rho gh) \cdot (l - h)S}{T_2};$$

$$\frac{H \cdot l}{T_1} = \frac{(H - \rho g h) \cdot (l - h)}{T_2};$$

$$T_2 = \frac{T_1(H - \rho g h) \cdot (l - h)}{H \cdot l}, \text{ де } \rho = 1000 \text{ кг/м}^3 - \text{густина води.}$$

$$T_2 = \frac{350(10^5 - 1000 \cdot 9,8 \cdot 0,046) \cdot (0,4 - 0,046)}{10^5 \cdot 0,4} = 308 \text{ (K)}.$$

Задача 3.

Оболонку повітряної кулі об'ємом $V = 800 \text{ м}^3$ повністю заповнили воднем за температури $T_1 = 273 \text{ K}$. Визначте зміну підйомної сили кулі за умови, що температура збільшиться до $T_2 = 293 \text{ K}$. Вважайте об'єм V оболонки незмінним і зовнішній тиск нормальним. У нижній частині оболонки є отвір, через який водень виходить у навколишній простір.

$$V = 800 \text{ м}^3$$

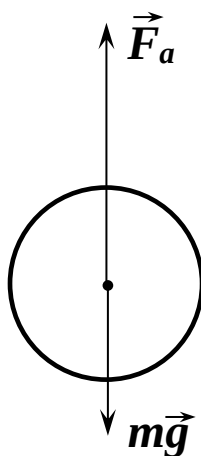
$$T_1 = 273 \text{ K}$$

$$T_2 = 293 \text{ K}$$

$$H = 10^5 \text{ Па}$$

$$\mu(\text{H}_2) = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

$$\Delta F - ?$$

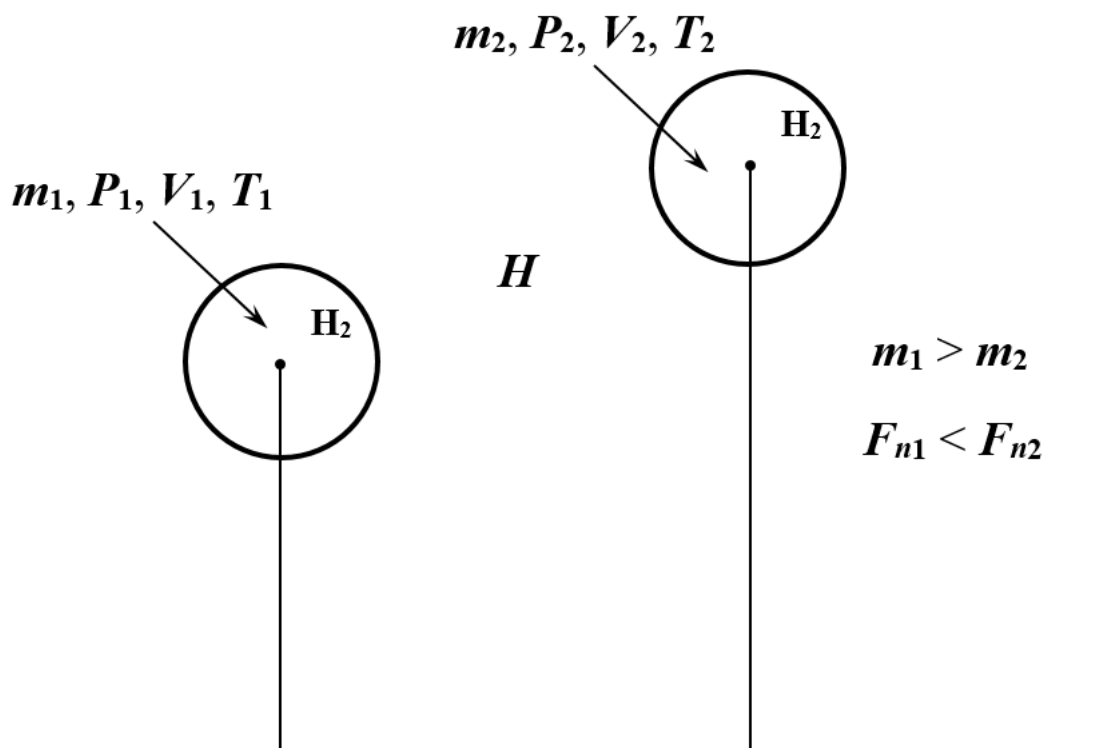


Підйомальна сила:

$$F_n = F_a - mg ;$$

$$F_n = \rho g V - mg ,$$

де ρ – густина повітря.



$$F_{n1} = \rho g V - m_1 g;$$

$$F_{n2} = \rho g V - m_2 g;$$

$$\Delta F = F_{n2} - F_{n1} = (\rho g V - m_2 g) - (\rho g V - m_1 g) = g(m_1 - m_2).$$

Запишемо рівняння стану ідеального газу
для обидвох станів водню всередині кулі:

$$P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu} R T_1;$$

$$P_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu} R T_2;$$

$$H V = \frac{m_1}{\mu} R T_1;$$

$$H V = \frac{m_2}{\mu} R T_2;$$

$$m_1 = \frac{H V \mu}{R T_1};$$

$$m_2 = \frac{H V \mu}{R T_2}.$$

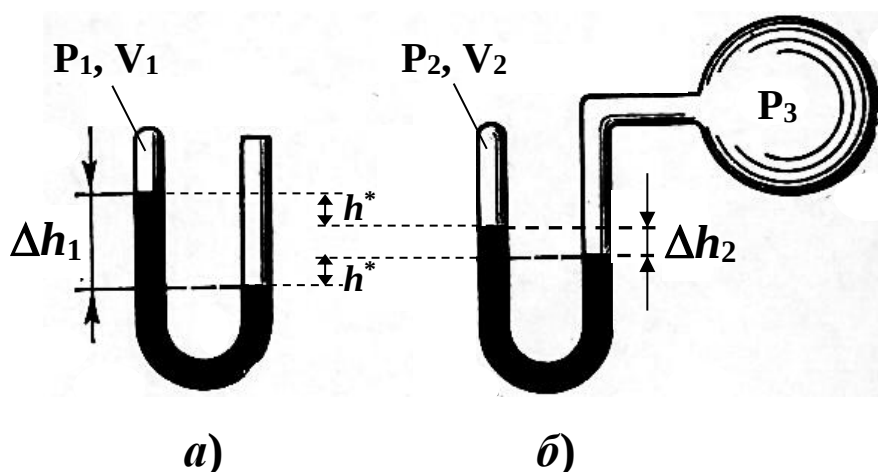
Таким чином,

$$\Delta F = g(m_1 - m_2) = g \left(\frac{H V \mu}{R T_1} - \frac{H V \mu}{R T_2} \right) = \frac{g H V \mu}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right);$$

$$\Delta F = \frac{9,8 \cdot 10^5 \cdot 800 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{8,31} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{293} \right) = 47 \text{ (H)}.$$

Задача 4.

Манометр, який має вигляд скляної U-подібної трубки, площа поперечного перерізу якого дорівнює $S = 19,6 \text{ мм}^2$ (рис. а), наповнений ртуттю таким чином, що повітря у закритому коліні трубки займає об'єм $V_1 = 10 \text{ мм}^3$ при нормальному атмосферному тиску H . При цьому різниця рівнів Δh_1 ртуті в обох колінах трубки дорівнює 10 см . У випадку з'єднання відкритого кінця трубки з великою посудиною (рис. б) різниця рівнів Δh_2 ртуті зменшилась до 1 см . Визначити тиск P_3 в посудині.



$S = 19,6 \text{ мм}^2$	$= 19,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$
$V_1 = 10 \text{ мм}^3$	$= 10^{-8} \text{ м}^3$
$\Delta h_1 = 10 \text{ см}$	$= 0,1 \text{ м}$
$\Delta h_2 = 1 \text{ см}$	$= 0,01 \text{ м}$
$\rho = 13600 \text{ кг/м}^3$	
$H = 10^5 \text{ Па}$	
$P_3 - ?$	

Розглянемо повітря у закритому коліні трубки:

$$P_1 = H - \rho g \Delta h_1;$$

$$V_1 = 10 \text{ мм}^3;$$

$$P_2 = ?$$

$$V_2 = V_1 + S \cdot h^*;$$

$$h^* = \frac{\Delta h_1 - \Delta h_2}{2} = \frac{10 - 1}{2} = 4,5 (\text{см}) = 0,045 \text{ м}.$$

Ізотермічний процес описується законом Бойля і Маріотта:

для $m = \text{const}$ при $T = \text{const}$:

$$PV = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{V_2}{V_1}.$$

$$\text{Звідси: } \frac{H - \rho g \Delta h_1}{P_2} = \frac{V_1 + S \cdot h^*}{V_1}; \quad P_2 = \frac{(H - \rho g \Delta h_1) \cdot V_1}{V_1 + S \cdot h^*};$$

Визначимо тиск P_3 у великій посудині посудині:

$$P_3 - P_2 = \rho g \Delta h_2;$$

$$P_3 = P_2 + \rho g \Delta h_2;$$

$$P_3 = \frac{(H - \rho g \Delta h_1) \cdot V_1}{V_1 + S \cdot h^*} + \rho g \Delta h_2;$$

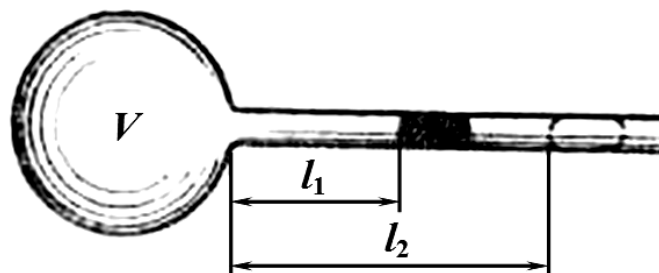
$$P_3 = \frac{(10^5 - 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,1) \cdot 10^{-8}}{10^{-8} + 19,6 \cdot 10^{-6} \cdot 0,045} + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,01 =$$

$$= \frac{(10^5 - 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,1) \cdot 10^{-8}}{10^{-8} + 1960 \cdot 10^{-8} \cdot 0,045} + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,01 =$$

$$= \frac{(10^5 - 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,1) \cdot 10^{-8}}{(1 + 1960 \cdot 0,045) \cdot 10^{-8}} + 13600 \cdot 9,8 \cdot 0,01 = 2304 \text{ (Па)} = 2,3 \text{ кПа}.$$

Задача 5.

Основою газового термометра є куля об'ємом $V = 1 \text{ л}$, до якої припаяна скляна трубка. Крапля ртуті, яку розташували у трубці, відділяє об'єм кулі від зовнішнього середовища. Площа поперечного перерізу трубки $S = 0,1 \text{ см}^2$. За температури $T_1 = 273 \text{ К}$ крапля розміщувалася на відстані $l_1 = 30 \text{ см}$ від поверхні кулі. Обчисліть, за якої температури T_2 крапля буде на відстані $l_2 = 50 \text{ см}$ від поверхні кулі.



$V = 1 \text{ л}$	$= 10^{-3} \text{ м}^3$	Ізобаричний процес описується законом Гей-Люссака: для $m = \text{const}$ при $\underline{P = \text{const}}$: $\frac{V}{T} = \text{const} \quad \text{або} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}.$
$S = 0,1 \text{ см}^2$	$= 10^{-5} \text{ м}^2$	
$T_1 = 273 \text{ К}$		
$l_1 = 30 \text{ см}$	$= 0,3 \text{ м}$	
$l_2 = 65 \text{ см}$	$= 0,65 \text{ м}$	
$T_2 - ?$		$\frac{V + l_1 S}{V + l_2 S} = \frac{T_1}{T_2};$

$$T_2 = \frac{T_1(V + l_2 S)}{V + l_1 S};$$

$$T_2 = \frac{273 \cdot (10^{-3} + 0,65 \cdot 10^{-5})}{10^{-3} + 0,3 \cdot 10^{-5}} = \frac{273 \cdot (1 + 0,65 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-3}}{(1 + 0,3 \cdot 10^{-2}) \cdot 10^{-3}} =$$

$$= \frac{273 \cdot (1 + 0,65 \cdot 10^{-2})}{1 + 0,3 \cdot 10^{-2}} = 274 \text{ (К)}.$$

Задачі для самостійної роботи

- 1.1. Визначте кількість молекул та кількість речовини азоту масою 350 г.
- 1.2. У посудині, об'єм якої дорівнює 2 л, міститься газ за нормальних умов. Визначте кількість молекул у цій посудині.
- 1.3. Коли ідеальний газ ізохорично нагріли на 30 К, то тиск цього газу збільшився на 10 % відносно початкового значення P_1 тиску. Визначте початкову температуру газу.

300 К

- 1.4. У балон закачали газ за температури 120°C. До якої температури необхідно його нагріти, щоб збільшити тиск удвічі?

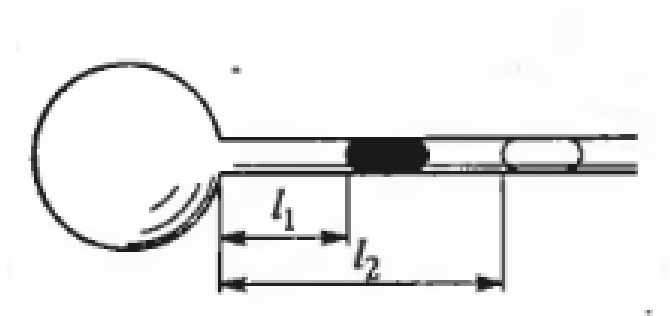
1.5. Ідеальний газ спочатку збільшили вдвічі в об'ємі при постійному тиску. А потім, при постійній температурі, зменшили його тиск втричі. Визначити, наскільки збільшився в об'ємі газ в цих двох процесах.

6

1.6. У манометр, який має форму U-подібної трубки налили ртуть. Відкрите коліно манометра з'єднали з оточуючим простором за нормального атмосферного тиску. При цьому ртуть у відкритому коліні розміщена вище на $h_1 = 10$ см, ніж у закритому коліні. Довжина вільної від ртуті частини трубки закритого коліна дорівнює $l = 20$ см. Коли з'єднали відкрите коліно манометра з балоном з повітрям, то різниця рівнів ртуті збільшилася і досягла значення $h_2 = 26$ см. Зробіть малюнок і визначте тиск повітря у балоні.

115,6 кПа

1.7. Основою газового термометра є куля об'ємом $V = 1$ л, до якої припаяна скляна трубка. Крапля ртуті, яку розмістили у трубці, відділяє об'єм кулі від зовнішнього середовища. Площа поперечного перерізу трубки $S = 0,1$ см². За температури $T_1 = 273$ К крапля збула на відстані $l_1 = 30$ см від поверхні кулі. Обчисліть, за якої температури T_2 крапля буде на відстані $l_2 = 50$ см від поверхні кулі.



1.8. Балон об'ємом 9 л містить азот за тиску 900 кПа та температури 350 К. Визначте масу газу в балоні.

1.9. Температура 2 кмоль ідеального газу за тиску 800 кПа дорівнює 370 К. Визначте об'єм цього газу.

1.10. У широку посудину з водою помістили догори дном циліндричну склянку. Рівні води всередині і зовні циліндричного неї розміщуються на однаковій висоті (рис. 1 а). Відстань від рівня води до дна склянки $l = 50$ см. Температура повітря $T_1 = 320$ К. Атмосферний тиск нормальний.

При пониженні температури від T_1 до T_2 вода у циліндричній склянці піднялася на висоту $h = 6$ см (рис. 1 б). Визначити температуру T_2 .

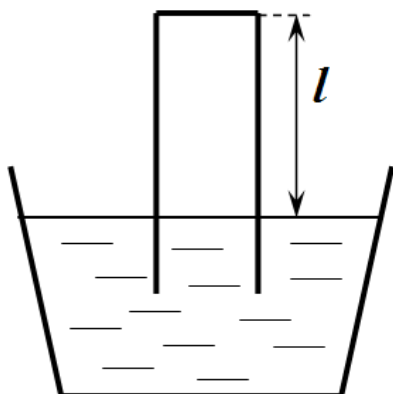


Рис. 1 а

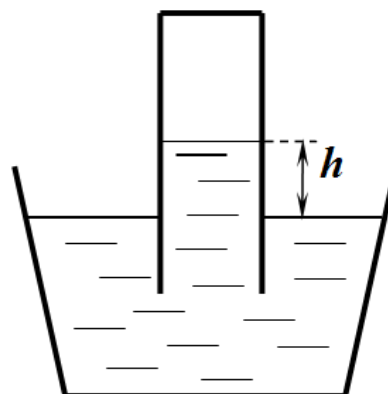


Рис. 1 б

1.11. Визначте густину насиченої водяної пари у повітрі за температури 300 K . Тиск насиченої водяної пари дорівнює 3550 Па .

$25,63\text{ г/м}^3$

1.12. У погано просушеному балоні при температурі $t = 20^\circ\text{C}$ міститься суміш повітря і водяної пари, парціальні тиски яких відповідно дорівнюють $0,25$ і $0,1\text{ мм рт. ст.}$. Визначити похибку в показаннях манометра Мак-Леода, підключеного до балона для вимірювання тиску, якщо об'єм газового манометра $V = 50\text{ см}^3$, радіус капіляра $r = 1\text{ мм}$. Пружність водяної пари при 20°C дорівнює $17,5\text{ мм рт. ст.}$

1.13. Визначте величину об'єму, яку займає моль ідеального газу за тиску 3 атм і температури $T = 400\text{ K}$?

1.14. Густина повітря за температури 0°C і тиску 760 мм рт. ст. дорівнює $0,001293\text{ г/см}^3$. Визначте масу літра повітря при температурі $27,3^\circ\text{C}$ і тиску 750 мм рт. ст.

1.15. Оболонка повітряної кулі, що має об'єм $V = 1600\text{ м}^3$ і розміщенана поверхні Землі, на $k = 7/8$ заповнена воднем при тиску $P_1 = 100\text{ кПа}$ і температурі $T_1 = 290\text{ K}$. Повітряну кулю підняли на певну висоту, де тиск $P_2 = 80\text{ кПа}$ і температура $T_2 = 280\text{ K}$. Визначити масу водню Δm , який вийшов з оболонки повітряної кулі при її підйомі.

$6,165\text{ кг}$

1.16. Аеростат об'ємом V м³ наповнений воднем за температури $t_1 = 15^\circ\text{C}$. При незмінному тиску атмосфери під впливом сонячної радіації його температура піднялася до $t_2 = 37^\circ\text{C}$, а надлишок газу вийшов через клапан, завдяки чому маса аеростата з газом зменшилася на $M = 6,05$ кг. Густина водню $\rho_0 = 0,000089$ г/см³. Визначте об'єм аеростата V .

1.17. Дією кислоти на певну кількість мармуру (CaCO_3) отримали об'ємом $V = 1320$ см³ карбонової кислоти за температурі $t_1 = 22^\circ\text{C}$ і тиску $p = 1000$ мм. рт. ст. Визначте масу M мармуру, який брав участь у реакції. Густина CO_2 при 0°C і тиску 760 мм рт. ст. дорівнює $\rho_0 = 0,001977$ г/см³.

1.18. Фабрична труба заввишки $l = 50$ м викидає дим при температурі $t_1 = 60^\circ\text{C}$. Визначте статичний тиск p , що створює тягу в трубі. Температура повітря $t_2 = -10^\circ\text{C}$. Густина повітря $\rho_0 = 1,29 \cdot 10^{-3}$ г/см³.

1.19. До складу газової суміші входять кисень та азот. Ця суміш закачана у балон під тиском $P = 1$ МПа. Визначте парціальні тиски P_1 кисню та P_2 азоту, якщо масова частка кисню у суміші $\omega_1 = 0,2$.

0,82 МПа

1.20. Який об'єм V займає суміш азоту масою $m_1 = 1$ кг і гелію масою $m_2 = 1,5$ кг при нормальних умовах?

9,3 м³

2.2. Молекулярно-кінетична теорія газів

Приклади розв'язування задач

1. Визначте кількість атомів, яка міститься у гелію масою $m = 1$ г. Визначте масу m_0 однієї молекули гелію.

Дано:

$m = 1$ г	$= 10^{-3}$ кг
$\mu(\text{He}) = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	
$N, m_0 - ?$	

Молярна маса дорівнює добутку маси однієї молекули на число Авогадро (N_A): $\mu = m_0 N_A$.

Звідси маса m_0 однієї молекули гелію:

$$m_0 = \mu / N_A = 4 \cdot 10^{-3} / 6,02 \cdot 10^{23} = 0,66 \cdot 10^{-23} \text{ (кг)}.$$

Обчислимо, кількість атомів, яка міститься в гелію масою $m = 1$ г.

Кількість речовини можна визначити як

$$\nu = \frac{m}{\mu} \quad \text{або} \quad \nu = \frac{N}{N_A}.$$

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A};$$

$$N = \frac{m \cdot N_A}{\mu} = \frac{10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{4 \cdot 10^{-3}} = 1,5 \cdot 10^{23}.$$

2. У балон об'ємом $V = 5$ л закачали кисень масою $m = 20$ г. Визначте концентрацію n молекул у балоні.

Дано:

$V = 5$ л	$= 5 \cdot 10^{-3}$ м ³
$m = 20$ г	$= 2 \cdot 10^{-2}$ кг
$\mu(\text{O}_2) = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль	

$n - ?$

Кількість речовини можна визначити за формулами:

$$\nu = \frac{m}{\mu} \quad \text{або} \quad \nu = \frac{N}{N_A}.$$

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}; \quad N = \frac{m \cdot N_A}{\mu}.$$

Значення концентрації n молекул у балоні:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{m \cdot N_A}{\mu \cdot V} = \frac{2 \cdot 10^{-2} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{32 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}} = 0,75 \cdot 10^{26} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

Задачі для самостійної роботи

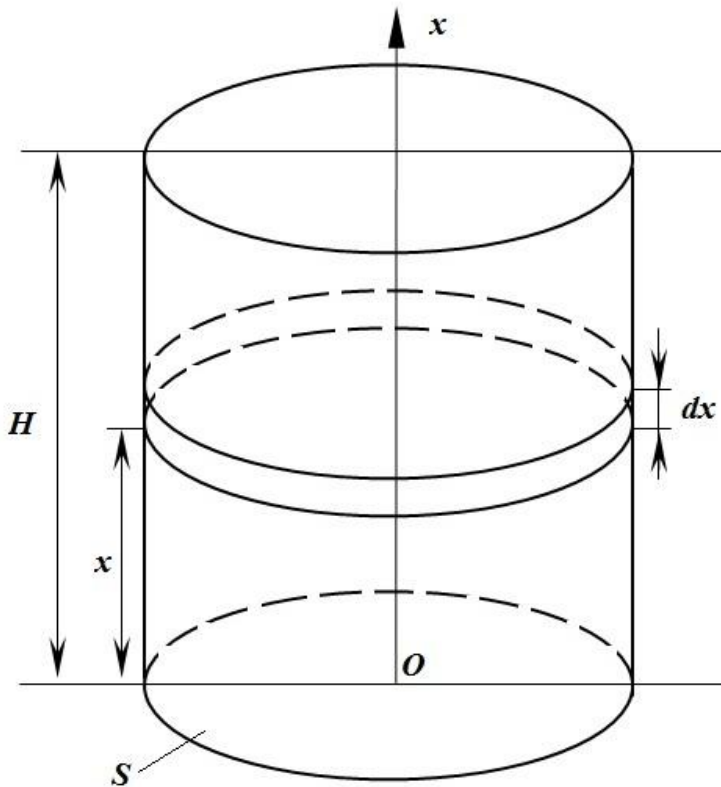
-
1. У посудині, величина об'єму якої дорівнює 15 л, міститься 2 кмоль газу. Визначте концентрацію молекул.
 2. Визначте концентрацію молекул ідеального газу за температури 290 K та тиску 2 мПа.
 3. У балоні об'ємом 6 л вміщений азот масою 21 г. Визначте концентрацію молекул у балоні.
 4. Обчисліть кількість молекул газу, яка є у балоні об'ємом 25 л за температури 250 K та тиску 3 МПа.
 5. Значення тиску газу дорівнює 1 мПа, концентрація його молекул 10^{10} см^{-3} . Визначте температуру газу та значення середньої кінетичної енергії поступального руху молекул.
 6. Визначте значення середньої кінетичної енергії поступального руху і повної кінетичної енергії молекул водяної пари за температури 600 K. Визначте величину кінетичної енергії поступального руху всіх молекул пари у кількості речовини 2 кмоль.
 7. Визначте середнє значення повної кінетичної енергії однієї молекули гелію, водяної пари та кисню за температури 367 K.
 8. За якої температури середня квадратична швидкість атомів гелію дорівнюватиме другій космічній швидкості (11,2 км/с).
 9. Суміш гелію і аргону має температуру 1200 K. Визначте величину середньої квадратичної швидкості та середньої кінетичної енергії атомів гелію і аргону.
 10. Визначте найбільш ймовірну швидкість молекул водню за температури 390 K.
 11. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул азоту є більшою, ніж середня квадратична швидкість порошинки масою 10^{-9} г, яка міститься серед молекул азоту.
 12. Визначте середню кінетичну енергію $\bar{E}_n$ поступального руху і середнє значення $\bar{E}$ повної кінетичної енергії молекули водяної пари за температури $T = 600 \text{ K}$. Знайдіть також кінетичну енергію W поступального руху всіх молекул водяної пари, що містяться у кількості речовини $\nu = 1 \text{ кмоль}$.

13. Визначте кінетичну енергію $\bar{E}_1$, що припадає в середньому на одну ступінь вільності молекули нітрогену за температури $T = 1000 \text{ K}$, а також середню кінетичну енергію $\bar{E}_n$ поступального руху, $\bar{E}_{об}$ обертального руху і середнє значення повної кінетичної енергії $\bar{E}$ молекули.
14. Знайдіть середню квадратичну $\bar{v}_{кв}$, середню арифметичну $\bar{v}$ та найбільш ймовірну $\bar{v}_i$ швидкості молекул водню при температурі $T = 300 \text{ K}$.
15. Колба, об'єм якої $V = 4 \text{ л}$, заповнена деяким газом масою $m = 0,6 \text{ г}$ за тиску $P = 200 \text{ кПа}$. Визначте середню квадратичну швидкість молекул газу.
16. У скільки разів середня квадратична швидкість молекул кисню більша за середню квадратичну швидкість порошинки масою $m_0 = 10^{-8} \text{ г}$, що знаходиться серед молекул кисню?
17. Визначте середню арифметичну швидкість молекул газу, якщо їх середня квадратична швидкість дорівнює $\bar{v}_{кв} = 1 \text{ км/с}$.

2.3. Елементи статистичної фізики

Приклади розв'язування задач

1. Один моль одноатомного ідеального газу розміщений у полі сили земного тяжіння в нерухомій вертикально розміщеній циліндричній посудині висотою H . Знайдіть аналітичний вираз для теплоємності газу в посудині. Розв'язок.



У полі сили земного тяжіння концентрація молекул газу по висоті змінюватиметься відповідно до розподілу Больцмана:

$$n(x) = n(0) \exp\left(\frac{-mgx}{kT}\right), \quad (1)$$

де mgx – потенціальна енергія однієї молекули газу в полі сили земного тяжіння на висоті x , відносно т. О ($x=0$, $n(0)=n_0$).

За умовою задачі число молекул газу в циліндрі дорівнює числу Авогадро Na .

Тому,

$$\int_0^H S n(x) dx = Na,$$

де S – площа основи циліндра.

Отже,

$$Na = S \int_0^H n_0 \exp\left(\frac{-mx}{kT}\right) dx = \frac{Sn_0 kT}{mg} \left(1 - \exp\left(\frac{-mgH}{kT}\right)\right);$$

$$n_0 = \frac{mgNa}{SkT \left(1 - \exp\left(\frac{-mgH}{kT}\right)\right)} \quad (2).$$

Надавши цьому газу деякої кількості теплоти δQ , його температура зросте на dT , що, зі свого боку, зумовить зміну концентрації молекул газу по висоті (судячи з формули 1). Отже, частина δQ припадає на зміну внутрішньої енергії газу на dU , а інша – на зміну потенціальної енергії молекул газу в полі сили тяжіння на dE_n .

Тобто

$$\delta Q = dU + dE_n$$

Таким чином, теплоємність цього газу C_v^* можна записати як:

$$C_v^* = \frac{\delta Q}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{dE_n}{dT}. \quad (3)$$

Перший доданок в формулі (3) легко знайти з допомогою теореми про рівноважний розподіл енергії молекул по ступенях вільності, а саме

$$\frac{dU}{dT} = \frac{d\left(\frac{3}{2}kNaT\right)}{dT} = \frac{3}{2}R. \quad (4)$$

Для знаходження другого доданку у формулі 3, спочатку визначимо потенціальну енергію молекул газу в шарі dx , який розміщується на відстані x від основи циліндра.

$$dE_n(x) = mgx dN(x),$$

де mgx – потенціальна енергія однієї молекули газу, а $dN(x)$ – кількість молекул в шарі товщиною dx .

$$dN(x) = Sn(x)dx = Sn_0 \exp\left(-\frac{mgx}{kT}\right)dx = \frac{mgNa \exp\left(-\frac{mgx}{kT}\right)}{kT\left(1 - \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right)\right)}dx.$$

$$\text{Отже, } dE_n(x) = \frac{(mg)^2 Na}{kT\left(1 - \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right)\right)} \exp\left(-\frac{mgx}{kT}\right) x dx.$$

Потенціальна енергія всіх молекул газу в циліндрі в полі дії сили земного тяжіння за будь якої температури:

$$E_n = \frac{(mg)^2 Na}{kT \left(1 - \exp\left(-\frac{mgH}{kT}\right) \right)} \int_0^H \exp\left(-\frac{mgx}{kT}\right) x dx = RT - \frac{mgHNa}{\exp\left(\frac{mgH}{kT}\right) - 1} \quad (5)$$

Диференціюючи вираз 5 по T , знайдемо другий доданок у формулі 3:

$$\frac{dE_n}{dT} = R \left(1 - \left(\frac{mgH}{kT \exp\left(\frac{mgH}{kT} - 1\right)} \right)^2 \exp\left(\frac{mgH}{kT}\right) \right) \quad (6)$$

Підставляючи в формулу 3 вирази 4 та 6 отримаємо:

$$C_V^\bullet = \frac{3}{2}R + R \left(1 - \left(\frac{mgH}{kT \exp\left(\frac{mgH}{kT} - 1\right)} \right)^2 \exp\left(\frac{mgH}{kT}\right) \right) = \\ = R \left(\frac{5}{2} - \left(\frac{mgH}{kT \exp\left(\frac{mgH}{kT} - 1\right)} \right)^2 \exp\left(\frac{mgH}{kT}\right) \right).$$

Задачі для самостійної роботи

1. На якій висоті над поверхнею Землі атмосферний тиск вдвічі менший, ніж на її поверхні? Температуру вважати рівною 290 K , яка не залежить від висоти.
2. На скільки зменшиться атмосферний тиск 100 кПа при підніманні на висоту 100 м ? Температуру вважати рівною 290 K , яка не залежить від висоти.
3. Один моль одноатомного ідеального газу поміщений в полі сили земного тяжіння в нерухомій вертикально розміщеній циліндричній

- посудині висотою H . Знайдіть аналітичний вираз для теплоємності газу в посудині.
4. Визначте, на якій висоті летить гелікоптер, якщо в його кабіні барометр показує 87 кПа . На злітному майданчику барометр показував 100 кПа за температури 295 К . Температура від висоти не залежить.
 5. Знаючи функцію розподілу молекул за швидкостями, визначте середню арифметичну швидкість молекул.
 6. За функцією розподілу молекул за швидкостями визначте середню квадратичну швидкість.
 7. Біля поверхні Землі на мільйон молекул азоту припадає приблизно одна молекула водню. На якій висоті концентрація водню та азоту в атмосфері вирівнюється? Вважати, що температура атмосфери 0°C і з висотою не змінюється.
 8. Визначте, яка з величин: середнє значення оберненої швидкості чи обернена величина середньої швидкості, є більшою і наскільки.
 9. Водень перебуває за нормальних умов і займає об'єм $0,9 \text{ см}^3$. Визначте кількість молекул у даному об'ємі, які мають швидкості менші за $0,9 \text{ м/с}$.
 10. Виведіть формулу для найбільш ймовірного імпульсу молекул ідеального газу.
 11. Визначте кількість молекул ідеального газу, значення імпульсу яких рівно дорівнює найбільш ймовірному значенню.
 12. Визначте частку молекул ідеального газу, енергії яких відрізняються від середньої енергії поступового руху молекул за цієї ж температури не більше, ніж на 2% .
 13. На основі функції розподілу молекул за енергіями, встановіть частку молекул з енергією, меншою ніж kT .
 14. Знаючи вигляд функції розподілу молекул за енергіями, встановіть найбільш ймовірне значення енергії.
 15. Визначте частку молекул ідеального газу, кінетична енергія яких відрізняється від найбільш ймовірного значення енергії не більш, ніж $1,4 \%$.

2.4. Явища переносу

Задачі для самостійної роботи

1. Знайдіть середню довжину вільного пробігу молекул азоту за тиску $0,2 \text{ Па}$ і температури 80 К . Діаметр молекули азоту $0,31 \text{ нм}$.
2. У балон, об'єм якого дорівнює 10 л , закачали водень масою 1 г . Знайдіть середню довжину вільного пробігу $\bar{\lambda}$ молекул водню. Ефективний діаметр молекули водню $0,28 \cdot 10^{-9} \text{ м}$.
3. Визначте залежність коефіцієнта теплопровідності від температури при ізобарному процесі.
4. Визначте залежність коефіцієнта теплопровідності від температури при ізохорному процесі.
5. Визначте залежність коефіцієнта дифузії від температури при ізобарному процесі.
6. Визначте залежність коефіцієнта дифузії від температури при ізохорному процесі.
7. Визначте залежність коефіцієнта дифузії від тиску при ізохорному процесі.
8. Визначте таке значення тиску, щоб середня довжина вільного пробігу молекул гелію дорівнювала 1 м , якщо температура газу дорівнює 315 К .
9. Визначте середню довжину вільного пробігу молекул у балоні об'ємом 9 л , у який закачано водень масою $0,95 \text{ г}$.
10. Знайдіть середній час вільного пробігу молекули фтору за температури 270 К і тиску 120 Па .
11. Значення середньої довжини вільного пробігу атомів гелію дорівнює $0,18 \text{ мкм}$ за нормальних умов. Визначте величину коефіцієнта дифузії гелію.
12. Визначте у скільки разів відрізняється величина коефіцієнта дифузії водню від коефіцієнта дифузії кисню за однакових умов (речовини знаходяться у газоподібному стані).
13. Обчисліть динамічну в'язкість гелію за нормальних умов.
14. Визначте залежність динамічної в'язкості від температури за ізобарного процесу.
15. Визначте залежність динамічної в'язкості від температури за ізохорного процесу.

2.5. Основи термодинаміки. Перше начало термодинаміки

Приклади розв'язування задач

1. Різниця питомих теплоємностей $c_p - c_v$ деякого двоатомного газу дорівнює $260 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. Визначте молярну масу μ газу, його питомі теплоємності c_p та c_v і показник адіабати γ .

Розв'язування.

Рівняння Майєра: $c_p - c_v = \frac{R}{\mu}$.

Звідси молярна маса μ газу:

$$\mu = \frac{R}{c_p - c_v} = \frac{8,31}{260} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ (кг / моль)}.$$

Питома теплоємність c_v : $c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{32 \cdot 10^{-3}} = 649 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}} \right);$

Питома теплоємність c_p :

Відповідно до умови задачі, $c_p - c_v = 260 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Звідси: $c_p = c_v + 260 = 649 + 260 = 909 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Показник адіабати: $\gamma = \frac{c_p}{c_v}; \quad \gamma = \frac{909}{649} = 1,4.$

Показник адіабати також можна розрахувати за формулою:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1,4.$$

2. Водень, який займав об'єм $V_1 = 10 \text{ м}^3$ за тиску $P_1 = 10^5 \text{ Па}$. Газ нагріли при постійному об'ємі до тиску $P_2 = 3 \cdot 10^5 \text{ Па}$. Визначте кількість теплоти Q , переданої газу; зміну внутрішньої енергії ΔU ; виконану газом роботу A .

Розв'язування.

При ізохоричному процесі ($V = \text{const}$): виконана газом робота

$$A = 0.$$

За першим началом термодинаміки:

$$Q = \Delta U = m c_v \Delta T, \text{ де } c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu};$$

$$Q = \Delta U = m \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} (T_2 - T_1) = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_2 - \frac{m}{\mu} R T_1 \right).$$

Якщо пригадати рівняння стану ідеального газу:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \text{ тоді}$$

$$Q = \frac{i}{2} \left(\frac{m}{\mu} R T_2 - \frac{m}{\mu} R T_1 \right) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1) = \frac{i}{2} V_1 (p_2 - p_1) =$$

$$= \frac{5}{2} \cdot 10 \cdot (3 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5) = \frac{5}{2} \cdot 10 \cdot 2 \cdot 10^5 = 5 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}.$$

Задачі для самостійної роботи

1. Обчисліть питомі та молярні теплоємності гелію.

12,5 Дж/моль·К; 20,8 Дж/моль·К

2. Азот нагріли за постійного тиску, при цьому йому надали кількість теплоти 21 кДж. Визначте роботу, яку виконав газ, та зміну його внутрішньої енергії.

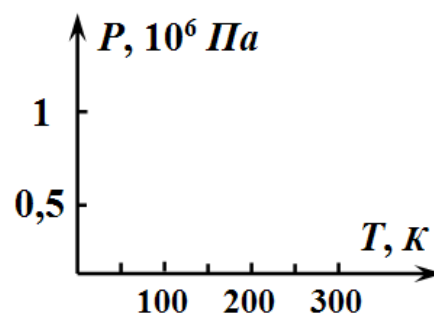
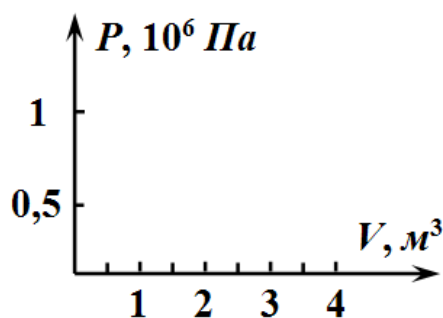
6 кДж; 15 кДж

3. Азот закачали в балон (маса 5 кг) і нагріли на 120 К ізохорно. Визначте значення кількості теплоти переданої азоту; величину зміни внутрішньої енергії; виконану газом роботу.

4. Об'єм одноатомного газу, який перебуває під тиском $P_1 = 10^5 \text{ Па}$ у посудині, дорівнює $V_1 = 3 \text{ м}^3$. Визначте, до якого об'єму V_2 розширили адіабатно газ, якщо його тиск в цьому процесі зменшився до $P_2 = 5 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

4,5 м³

5. Маса водню дорівнює 2 кг. Газ знаходиться в посудині об'ємом $V = 2 \text{ м}^3$ під тиском $P_1 = 0,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Газ нагріли за сталого об'єму до тиску $P_2 = 1 \cdot 10^6 \text{ Па}$. Знайдіть: 1) зміну внутрішньої енергії газу ΔU ; 2) виконану ним роботу A ; 3) кількість теплоти Q , переданої газу 4) побудувати графік процесу в координатах:



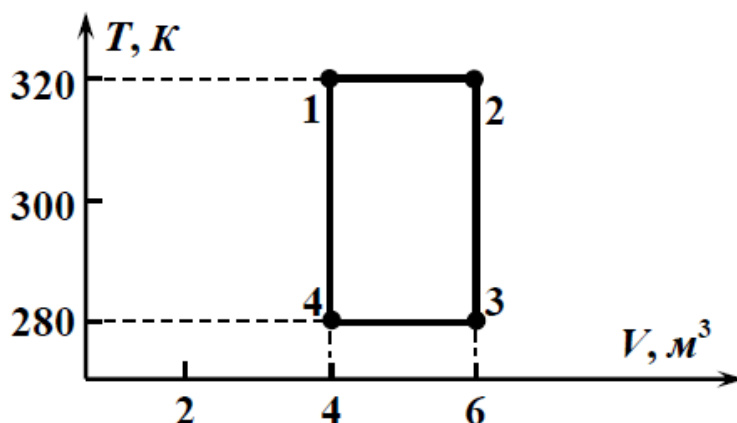
6. Балон об'ємом 20 дм^3 містить водень за температури 300 К під тиском $0,4 \text{ МПа}$. Визначте температуру та тиск газу після надання йому 6 кДж теплоти.
7. Кисень за сталого тиску 80 кПа нагрівається від 2 м^3 до 6 м^3 . Визначте:
 - 1) зміну внутрішньої енергії; роботу , виконану газом при розширенні; 3) кількість теплоти передану газу.
8. Газу (азоту) надали 21 кДж і нагрівають при сталому тиску. Визначте роботу, яку виконав при цьому газ, і зміну внутрішньої енергії.
9. Гелій масою 100 г нагріли на 100 К за сталого тиску. Визначте кількість теплоти, передану газу; роботу розширення; збільшення внутрішньої енергії.
10. Визначте, яка частка теплоти, яка передається газу під час ізобарного процесу витрачається на зміну внутрішньої енергії, а яка – на роботу для одноатомного, двоатомного та багатоатомного газу.
11. Водяна пара розширюється за сталого тиску. Визначте роботу розширення газу, якщо кількість теплоти, яку передали газу дорівнює 5 кДж .
12. Азот масою 150 г розширяється за сталої температури 290 К . При цьому його об'єм збільшується втричі. Обчисліть зміну внутрішньої енергії газу; виконану при розширенні роботу; кількість переданої газу теплоти.
13. Гелій масою 14 г нагріли на 180 К , передавши йому 36 кДж теплоти. Визначте зміну внутрішньої енергії газу та виконану ним роботу.
14. За температури 250 К водень зазнає ізотермічного розширення втричі. Визначте виконану газом роботу та отриману кількість теплоти.

-
-
15. За ізотермічного розширення 3 моль азоту ($T = 300\text{ K}$), газу передали 3 кДж теплоти. Визначте у скільки разів змінився тиск газу.
 16. Визначте скільки виділиться теплоти при ізотермічному стиску водню масою 5 г за температури 295 K від 100 кПа до 1 МПа.
 17. При розширенні водень у газоподібному стані виконує роботу 11 кДж. Визначте, яку при цьому необхідно передати кількість теплоти газу, якщо відомо, що процес відбувався ізобарно.
 18. При розширенні кисень у газоподібному стані виконує роботу 4 кДж. Визначте, яку кількість теплоти передали газу за умови, що процес відбувався ізохорно.
 19. Гелій за нормальних умов адіабатично розширюється від 25 л до 75 л. Визначте зміну його внутрішньої енергії.

2.6. Колові процеси. Цикл Карно

Приклади розв'язування задач

1. Ідеальний одноатомний газ, що містить кількість речовини $\nu = 1$ моль, здійснює замкнутий цикл. Визначте: 1) кількість теплоти Q_1 , отриманої від нагрівника; 2) кількість теплоти Q_2 , переданої холодильнику; 3) роботу A , виконану газом за цикл; 4) термічний коефіцієнт корисної дії η циклу.



Розв'язування.

- 1). Розглянемо процес $1 \rightarrow 2$ (ізотермічний, $T_2 = T_1 = 320$ K).

$$Q_{1-2} = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right);$$

$$Q_{1-2} = 1 \cdot 8,31 \cdot 320 \cdot \ln\left(\frac{6}{4}\right) = 1078,21 \text{ (Дж)}.$$

За такого процесу газ отримає від нагрівника кількість теплоти $Q_{1-2} = 1078,21$ Дж.

- 2). Розглянемо процес $2 \rightarrow 3$ (ізохоричний, $V_3 = V_2 = 6$ м³).

$$Q_{2-3} = mc_V \Delta T, \text{ де } c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu};$$

$$Q_{2-3} = m \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} (T_3 - T_2) = \frac{i}{2} \nu R (T_3 - T_2);$$

$$Q_{2-3} = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot (280 - 320) = -498,6 \text{ (Дж)}.$$

У цьому процесі газ віддає холодильнику кількість теплоти $Q_{2-3} = -498,6$ (Дж).

3). Розглянемо процес $3 \rightarrow 4$ (ізотермічний, $T_4 = T_3 = 280$ К).

$$Q_{3-4} = \frac{m}{\mu} RT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = \nu RT_3 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right);$$

$$Q_{3-4} = 1 \cdot 8,31 \cdot 280 \cdot \ln\left(\frac{4}{6}\right) = -943,44 \text{ (Дж)}.$$

У цьому процесі газ віддає холодильнику кількість теплоти $Q_{3-4} = -943,44$ (Дж).

4). Розглянемо процес $4 \rightarrow 1$ (ізохоричний, $V_1 = V_4 = 4$ м³).

$$Q_{4-1} = mc_V \Delta T, \text{ де } c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu};$$

$$Q_{4-1} = m \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} (T_1 - T_4) = \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_4);$$

$$Q_{4-1} = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot (320 - 280) = 498,6 \text{ (Дж)}.$$

У цьому процесі газ отримує від нагрівника кількість теплоти $Q_{4-1} = 498,6$ (Дж).

Визначимо кількість теплоти Q_1 , яку газ отримав від нагрівника:

$$Q_1 = Q_{1-2} + Q_{4-1} = 1078,21 + 498,6 = 1576,81 \text{ Дж} = 1,58 \text{ кДж}.$$

Визначимо кількість теплоти Q_2 , яку газ передав холодильнику:

$$Q_2 = Q_{2-3} + Q_{3-4} = -498,6 - 943,44 = -1442,04 \text{ Дж} = -1,44 \text{ кДж}$$

Визначимо роботу A , виконану газом за цикл:

$$A = |Q_1| - |Q_2| = 1576,81 - 1442,04 = 134,77 \text{ Дж} = 0,13 \text{ кДж}.$$

Визначимо термічний ККД η циклу:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} = \frac{134,77}{1576,81} = 0,085 \text{ або } \eta = 8,5\%.$$

2. Одноатомний газ з кількістю речовини $\nu = 10^2$ моль, під тиском $P_1 = 10^5$ Па займав об'єм $V_1 = 5$ м³. Газ стиснули ізобарично ($P_2 = P_1$) до об'єму $V_2 = 1$ м³. Газ стиснули адіабатно, а потім розширили при постійній температурі до початкового об'єму і тиску. Побудуйте графік процесу. Визначте: 1) температури, об'єми і тиски, які відповідають характерним точкам циклу; 2) кількість теплоти Q_1 , отриманої газом від нагрівника; 3) кількість теплоти Q_2 , переданої газом холодильнику; 4) роботу A , виконану газом за весь цикл; 5) термічний коефіцієнт корисної дії η циклу.

Розв'язок.

- 1) Знайдемо температури, об'єми і тиски, які відповідають характерним точкам циклу.

Для стану 1:

$$P_1 = 10^5 \text{ Па}; \quad V_1 = 5 \text{ м}^3.$$

Тоді, за допомогою рівняння стану, знайдемо значення температури T_3 :

$$P_1 V_1 = \nu R T_1; \quad T_1 = \frac{P_1 V_1}{\nu R} = \frac{10^5 \cdot 5}{10^2 \cdot 8,31} = 601,68 \text{ (K)}.$$

Для стану 2:

$$P_2 = P_1 = 10^5 \text{ Па}; \quad V_2 = 1 \text{ м}^3.$$

Тоді, за допомогою рівняння стану, знайдемо значення температури T_2 :

$$P_2 V_2 = \nu R T_2; \quad T_2 = \frac{P_2 V_2}{\nu R} = \frac{10^5 \cdot 1}{10^2 \cdot 8,31} = 120,34 \text{ (K)}.$$

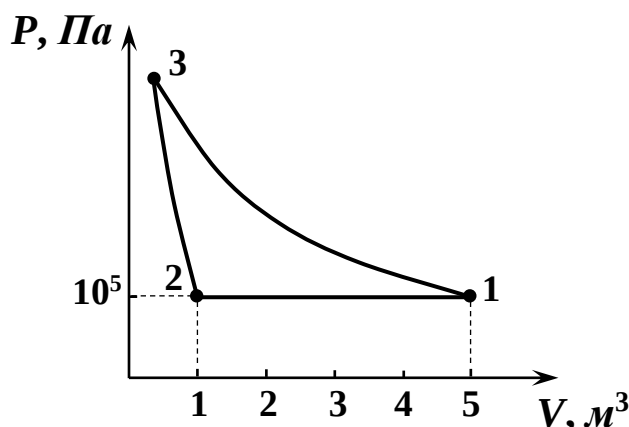
Для стану 3:

$$T_3 = T_1 = 601,68 \text{ K}.$$

Знайдемо об'єм V_3 .

Розглянемо адіабатний процес $2 \rightarrow 3$:

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3} \right)^{\gamma-1},$$



де показник адіабати для одноатомного газу: $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = \frac{5}{3}$. Тоді

$$\frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\frac{5}{3}-1}; \quad \frac{T_3}{T_2} = \left(\frac{V_2}{V_3}\right)^{\frac{2}{3}};$$

$$\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^{3/2} = \frac{V_2}{V_3}; \quad \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{3/2} = \frac{V_3}{V_2};$$

$$V_3 = V_2 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{3/2} = 1 \cdot \left(\frac{120,34}{601,68}\right)^{3/2} = 0,089 \text{ (м}^3\text{)}.$$

Розглянемо ізотермічний процес $3 \rightarrow 1$:

$$P_3 V_3 = P_1 V_1 \text{ (закон Бойля і Маріотта);}$$

$$\text{або } \frac{P_3}{P_1} = \frac{V_1}{V_3}.$$

Звідси значення тиску P_3 :

$$P_3 = P_1 \frac{V_1}{V_3} = 10^5 \cdot \frac{5}{0,089} = 56 \cdot 10^5 \text{ (Па)}.$$

Отже, для стану 3:

$$P_3 = 56 \cdot 10^5 \text{ Па}; \quad V_3 = 0,089 \text{ м}^3; \quad T_3 = 601,68 \text{ К}.$$

Визначимо: 2) кількість теплоти Q_1 , отриманої газом від нагрівника;
3) кількість теплоти Q_2 , переданої газом холодильнику.

Розглянемо процес $1 \rightarrow 2$ (ізобаричний).

$$Q_{1-2} = m c_p \Delta T, \text{ де } c_p = \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu};$$

$$\begin{aligned} Q_{1-2} &= m \frac{i+2}{2} \cdot \frac{R}{\mu} (T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2} \nu R (T_2 - T_1) = \\ &= \frac{3+2}{2} \cdot 10^2 \cdot 8,31 \cdot (120,34 - 601,68) = -1 \cdot 10^6 \text{ (Дж)} = -1 \text{ МДж}. \end{aligned}$$

У цьому процесі газ віддає холодильнику кількість теплоти

$$Q_{1-2} = -1 \text{ МДж}.$$

Розглянемо процес $2 \rightarrow 3$ (адіабатний):

$$Q_{2-3} = 0.$$

Розглянемо процес $3 \rightarrow 1$ (ізотермічний):

$$Q_{3-1} = \frac{m}{\mu} RT_3 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right) = \nu RT_3 \ln\left(\frac{V_1}{V_3}\right);$$

$$Q_{3-1} = 10^2 \cdot 8,31 \cdot 601,68 \cdot \ln\left(\frac{5}{0,089}\right) = 2 \cdot 10^6 \text{ (Дж)} = 2 \text{ МДж}.$$

У цьому процесі газ **отримує** від нагрівника кількість теплоти

$$Q_{3-1} = 2 \text{ МДж}.$$

Отже, кількість теплоти Q_1 , яку газ отримав від нагрівника:

$$Q_1 = Q_{3-1} = 2 \text{ МДж}.$$

Кількість теплоти Q_2 , яку газ передав холодильнику:

$$Q_2 = Q_{1-2} = 1 \text{ МДж}.$$

Визначимо роботу A , виконану газом за цикл:

$$A = |Q_1| - |Q_2| = 2 - 1 = 1 \text{ МДж}.$$

Визначимо термічний ККД η циклу:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{або} \quad \eta = 50\%.$$

3. Ідеальна теплова машина працює з нагрівником, який має необмежену теплоємність і температуру T_n та холодильником, який має сталу теплоємність C і температуру T_x . Знайдіть максимальну роботу, яку може виконати ця машина.

Розв'язок. Оскільки теплоємність нагрівника необмежена, а холодильника обмежена, то температура нагрівника залишатиметься сталою, а холодильника зростатиме, допоки вона не зрівняється з температурою нагрівника. При цьому, очевидно, машина зупиниться.

Максимальну роботу може виконати машина Карно, бо вона має найбільший ККД, який в нашому випадку є змінний:

$$\eta_i = \frac{T_n - T}{T_n},$$

де T – температура холодильника в будь-якому квазіциклі (квазіцикл тому, що він кожен раз завершується за дещо, згідно з означенням ККД, вищої температури холодильника)

$$\eta_i = \frac{A_i}{A_i + Q_{ix}} = \frac{dA}{dA + CdT},$$

де dQ_{ix} – кількість теплоти, отримана холодильником за один цикл.

Таким чином:

$$\frac{T_n - T}{T_n} = \frac{dA}{dA + CdT},$$

або після перетворень має вигляд

$$dA = C \left(\frac{T_n}{T} - 1 \right) dT.$$

Інтегруючи це рівняння, отримаємо

$$A = \int_{T_x}^{T_n} C \left(\frac{T_n}{T} - 1 \right) dT = C \left(T_n \ln \frac{T_n}{T_x} - T_n + T_x \right) = C \left(T_n \left(\ln \frac{T_n}{T_x} - 1 \right) + T_x \right).$$

Визначимо температуру T_f , до якої охолodиться нагрівник і нагріється холодильник.

Кількість теплоти, яку передає нагрівник за один цикл при зменшенні температури на ΔT_n :

$$Q_1 = -C \Delta T_n \quad (1)$$

Корисна робота за один цикл:

$$A_i = \eta \cdot Q_1 = \eta C \Delta T_n = -(1 - T_x/T_n) C \Delta T_n \quad (2)$$

Кількість теплоти, яку передано холодильнику:

$$Q_2 = (1 - \eta) C \Delta T_n = -T_x/T_n C \Delta T_n \quad (3)$$

або

$$Q_2 = C \Delta T_x \quad (4)$$

Прирівняємо вирази (3) і (4):

$$T_x/T_n C \Delta T_n = -C \Delta T_x, \text{ або } \Delta T_n/T_n = -\Delta T_x/T_x \quad (5)$$

Уважатимемо, що за один цикл зміна температури нагрівника та холодильника ж нескінченно малою величиною:

$$\Delta T_n \rightarrow dT_n, \Delta T_x \rightarrow dT_x$$

Тоді рівняння (5) прийме вигляд:

$$dT_n/T_n = -dT_x/T_x$$

Проінтегрувавши, отримаємо:

$$\ln T_n = -\ln T_x + \ln C,$$

або

$$T_n T_x = C,$$

$$T_{n0} T_{x0} = C,$$

$$T_n = T_{n0} T_{x0} / T_x. \quad (6)$$

Вираз (6) встановлює залежність між температурою нагрівника та температурою холодильника.

Очевидно, що машина зупиниться, коли вирівнюються температури нагрівника та холодильника:

$$T_{nf} = T_{n0} T_{x0} / T_{nf}. \quad (7)$$

$$T_{nf} = \sqrt{T_{n0} T_{x0}}. \quad (8)$$

Повна робота виконана такою машиною – це сума робіт за всі цикли, поки не вирівнюються температури нагрівника та холодильника:

$$A = A_1 + A_2 + \dots + A_n =$$

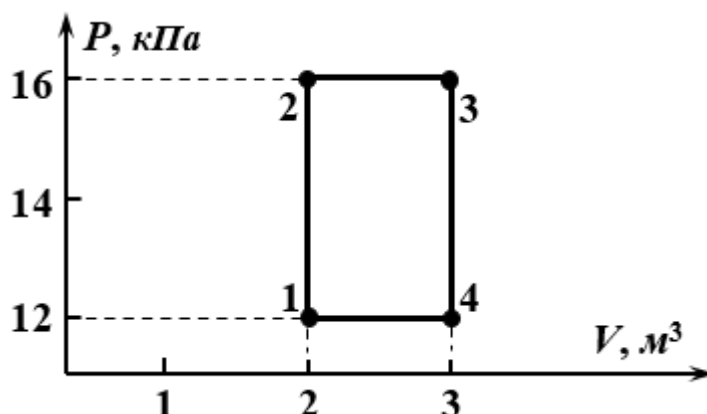
$$A = - \int_{T_{n0}}^{T_{nf}} C(1 - T_x / T_n) dT_n = - \int_{T_{n0}}^{\sqrt{T_{n0} T_{x0}}} C(1 - T_{n0} T_{x0} / T_n^2) dT_n,$$

$$A = -C(\sqrt{T_{n0} T_{x0}} - T_{n0} + T_{n0} T_{x0} / \sqrt{T_{n0} T_{x0}} - T_{x0}) =$$

$$A = C(-2\sqrt{T_{n0} T_{x0}} + T_{n0} + T_{x0}) = C(\sqrt{T_{n0}} - \sqrt{T_{x0}})^2.$$

Задачі для самостійної роботи

1. Ідеальний двоатомний газ, що містить кількість речовини $\nu = 10^3$ моль, здійснює замкнутий цикл. Визначте: 1) кількість теплоти Q_1 , отриманої від нагрівника; 2) кількість теплоти Q_2 , переданої холодильнику; 3) роботу A , виконану газом за цикл; 4) термічний ККД η циклу.



76 кДж; 72 кДж; 4 кДж; 0,05

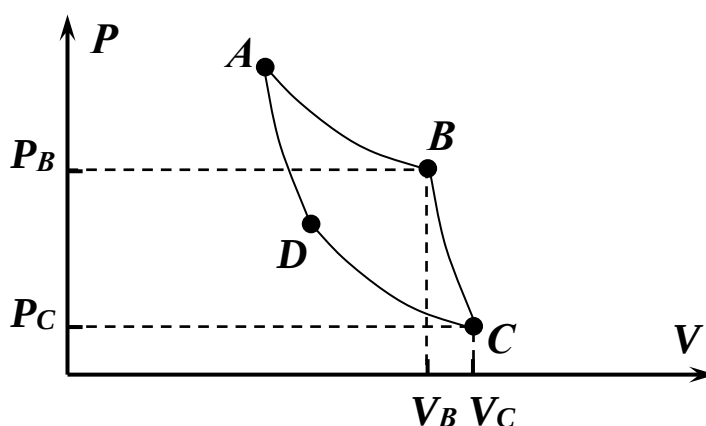
2. Теплова машина здійснила цикл Карно. Робоче тіло отримало від нагрівника кількість теплоти $Q_1 = 4200 \text{ Дж}$ і виконало роботу $A = 590 \text{ Дж}$. Знайдіть термічний ККД цього циклу. У скільки разів температура T_1 нагрівника більша від температури T_2 холодильника?

0,14; 1,16

3. Ідеальний газ здійснив цикл Карно. Температура T_1 нагрівника у чотири рази вища від температури T_2 холодильника. Визначте, яку частину кількості теплоти, отриманої за один цикл від нагрівника, газ віддав холодильнику.

0,25

4. Двоатомний газ здійснив цикл Карно, графік якого зображений на рисунку. Об'єм газу в стані В дорівнює $V_B = 12 \text{ л}$. Об'єм газу в стані С дорівнює $V_C = 16 \text{ л}$. Визначте термічний ККД η циклу.



5. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Температура T_1 нагрівника дорівнює 470 К , температура T_2 холодильника дорівнює 280 К . При ізотермічному розширенні газ виконав роботу $A = 100 \text{ Дж}$. Визначте термічний ККД циклу, а також кількість теплоти Q_2 , яку газ віддав холодильнику при ізотермічному стиску.

0,4; 150 Дж

6. Одноатомний газ кількістю речовини $\nu = 10^2 \text{ моль}$, під тиском $P_1 = 10^5 \text{ Па}$ займав об'єм $V_1 = 5 \text{ м}^3$. Газ стиснули ізобарично ($P_2 = P_1$) до об'єму $V_2 = 1 \text{ м}^3$. Після цього газ стиснули адіабатно, а потім розширили за постійної температури до початкового об'єму і тиску. Побудуйте графік процесу. Визначте термічний коефіцієнт корисної дії циклу.

0,5

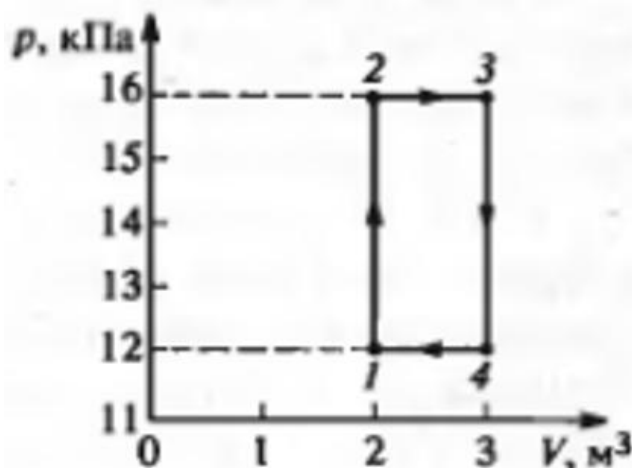
7. У коловому процесі газ виконав роботу $1,5 \text{ Дж}$, передавши холодильнику 3 Дж . Визначте термічний коефіцієнт корисної дії циклу.

8. Ідеальний газ здійснив цикл Карно. Температура T_1 нагрівника у три рази вища від температури T_2 холодильника. Нагрівник передав газу кількість теплоти $Q_1 = 42 \text{ кДж}$. Яку роботу A виконав газ?

28 Дж

9. Обчисліть роботу теплового двигуна із коефіцієнтом корисної дії 0,2, якщо за цикл він отримує від нагрівника 3 кДж.

10. Ідеальний двоатомний газ у кількості речовини 2 кмоль здійснює замкнутий цикл (див. рис.). Визначте кількість теплоти, отриманого від нагрівника; кількість теплоти переданої холодильнику; роботу, яку виконує газ за цикл; коефіцієнт корисної дії циклу.



11. Ідеальний двоатомний газ у кількості речовини 2 моль здійснює цикл із двох ізохор та двох ізобар. Максимальний та мінімальний об'єм – 24 л та 12 л, відповідно. Максимальний та мінімальний тиск – 200 кПа та 80 кПа, відповідно. Визначте температуру газу для характерних точок та коефіцієнт корисної дії циклу.
12. Ідеальний багатоатомний газ здійснює цикл, який складається із двох ізохор та двох ізобар. Найбільший тиск є більшим у два рази за мінімальний, а найбільший об'єм у чотири рази – за мінімальний об'єм. Визначте коефіцієнт корисної дії циклу.
13. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Під час циклу $2/3$ енергії, яку робоче тіло отримує від нагрівника, передається холодильнику. Температура холодильника 260 К. Визначте температуру нагрівника.
14. Ідеальний газ здійснює цикл Карно. Температура холодильника 270 К. У скільки разів зросте коефіцієнт корисної дії, якщо температуру нагрівника збільшити від 390 К до 585 К.
15. Ідеальна тепла машина працює з нагрівником, який має необмежену теплоємність і температуру T_n та холодильником, який має сталу теплоємність C і температуру T_x . Знайдіть максимальну роботу, яку може виконати ця машина.

2.7. Ентропія

Приклади розв'язування задач

1. Воду масою $m_1 = 5 \text{ кг}$ за температури $T_1 = 285 \text{ K}$ змішали з водою масою $m_2 = 8 \text{ кг}$ за температури $T_2 = 350 \text{ K}$. Знайдіть температуру θ суміші та зміну ентропії ΔS при змішуванні. Питома теплоємність води $c = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{K)}$.

Розв'язок. Запишемо, яку кількість теплоти потрібно надати воді масою $m_1 = 5 \text{ кг}$, щоб нагріти її від температури $T_1 = 285 \text{ K}$ до рівноважної температури θ :

$$Q_1 = m_1 c (\theta - T_1).$$

Запишемо, яка кількість теплоти виділиться при охолодженні води масою $m_2 = 8 \text{ кг}$ від температури $T_2 = 350 \text{ K}$ до рівноважної температури θ :

$$Q_2 = m_2 c (\theta - T_2).$$

Рівняння теплового балансу матиме вигляд:

$$|Q_2| = |Q_1|;$$

$$|m_2 c (\theta - T_2)| = |m_1 c (\theta - T_1)|;$$

$$m_2 c (T_2 - \theta) = m_1 c (\theta - T_1);$$

$$m_2 c T_2 - m_2 c \theta = m_1 c \theta - m_1 c T_1;$$

$$m_1 c \theta + m_2 c \theta = m_2 c T_2 + m_1 c T_1;$$

$$m_1 \theta + m_2 \theta = m_2 T_2 + m_1 T_1;$$

$$\theta = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2};$$

$$\theta = \frac{5 \cdot 285 + 8 \cdot 350}{5 + 8} = 325 \text{ (K)}.$$

Обчислимо зміну ентропії ΔS_1 для процесу нагрівання води масою $m_1 = 5 \text{ кг}$ від температури $T_1 = 285 \text{ K}$ до рівноважної температури $\theta = 325 \text{ K}$:

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T};$$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{\theta} \frac{m_1 c dT}{T} = m_1 c \int_{T_1}^{\theta} \frac{dT}{T} = m_1 c \cdot \ln T \Big|_{T_1}^{\theta} = m_1 c \cdot (\ln \theta - \ln T_1) = m_1 c \cdot \ln \frac{\theta}{T_1};$$

$$\Delta S_1 = 5 \cdot 4200 \cdot \ln \frac{325}{285} = 2758 \text{ (Дж / К)} = 2,8 \text{ кДж / К}.$$

Обчислимо зміну ентропії ΔS_2 для процесу охолодження води масою $m_2 = 8 \text{ кг}$ від температури $T_2 = 350 \text{ К}$ до рівноважної температури $\theta = 325 \text{ К}$:

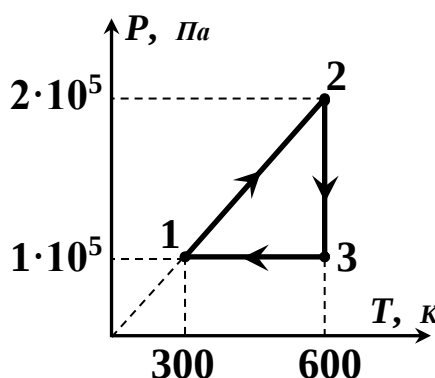
$$\Delta S_2 = \int_{T_2}^{\theta} \frac{m_2 c dT}{T} = m_2 c \int_{T_2}^{\theta} \frac{dT}{T} = m_2 c \cdot \ln T \Big|_{T_2}^{\theta} = m_2 c \cdot (\ln \theta - \ln T_2) = m_2 c \cdot \ln \frac{\theta}{T_2};$$

$$\Delta S_2 = 8 \cdot 4200 \cdot \ln \frac{325}{350} = -2490 \text{ (Дж / К)} = -2,5 \text{ кДж / К}.$$

Зміна ентропії ΔS при змішуванні:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2758 - 2490 = 268 \text{ (Дж / К)}.$$

2. Одноатомний газ у кількості речовини $\nu = 1 \text{ моль}$ здійснює коловий процес, показаний на малюнку. Обчисліть зміну ентропії для кожного з процесів циклу.



1). Розглянемо процес $1 \rightarrow 2$ (ізохоричний).

$$Q = m c_V \Delta T, \text{ де } c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu};$$

$$\Delta S_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m c_V dT}{T} = m c_V \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = m c_V \cdot \ln T \Big|_{T_1}^{T_2} = m c_V \cdot (\ln T_2 - \ln T_1) =$$

$$= mc_V \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = m \frac{i}{2} \frac{R}{\mu} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} = \frac{i}{2} \cdot \nu \cdot R \cdot \ln \frac{T_2}{T_1};$$

$$\Delta S_1 = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{600}{300} = 8,64 \text{ (Дж/К)}.$$

2). Розглянемо процес $2 \rightarrow 3$ (ізотермічний).

$$Q = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \left(\frac{V_3}{V_2} \right) = \frac{m}{\mu} RT_2 \ln \left(\frac{P_2}{P_3} \right);$$

$$Q = \nu RT_2 \ln \left(\frac{P_2}{P_3} \right)$$

$$\Delta S_2 = \frac{Q}{T_2} = \frac{\nu RT_2 \ln \left(\frac{P_2}{P_3} \right)}{T_2} = \nu R \ln \left(\frac{P_2}{P_3} \right) = 1 \cdot 8,31 \cdot \ln \left(\frac{2 \cdot 10^5}{1 \cdot 10^5} \right) = 5,76 \text{ (Дж/К)}.$$

3). Розглянемо процес $3 \rightarrow 1$ (ізобаричний).

$$Q = mc_P \Delta T, \text{ де } c_P = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu};$$

$$\Delta S_3 = \int_{T_3}^{T_1} \frac{dQ}{T} = \int_{T_3}^{T_1} \frac{mc_P dT}{T} = mc_P \int_{T_3}^{T_1} \frac{dT}{T} = mc_P \cdot \ln T \Big|_{T_3}^{T_1} = mc_P \cdot (\ln T_1 - \ln T_3) =$$

$$= mc_P \cdot \ln \frac{T_1}{T_3} = m \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu} \cdot \ln \frac{T_1}{T_3} = \frac{i+2}{2} \cdot \nu \cdot R \cdot \ln \frac{T_1}{T_3};$$

$$\Delta S_3 = \frac{3+2}{2} \cdot 1 \cdot 8,31 \cdot \ln \frac{300}{600} = -14,4 \text{ (Дж/К)}.$$

Задачі для самостійної роботи

1. У результаті ізохоричного нагрівання водню масою $m_1 = 1$ г тиск газу збільшився вдвічі. Визначте величину зміни ентропії ΔS газу.

7,2 Дж/К

2. Шматок льоду масою $m = 200$ г, взятий при температурі $t_1 = -10^\circ\text{C}$, був нагрітий до температури $t_2 = 0^\circ\text{C}$ і розтоплений. Воду, яка утворилася, нагріли до температури $t_3 = 100^\circ\text{C}$ і повністю

перетворили на пару. Визначте величину зміни ентропії ΔS при таких процесах. Питома теплоємність льоду $c_1 = 2100 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Питома теплоємність води $c_2 = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$. Питома теплота пароутворення води $r = 2,26 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}$.

1,7 Дж/К

3. Водень масою $m = 100 \text{ г}$ був ізобарично нагрітий так, що його об'єм збільшився в $n = 3$ рази, потім водень був ізохорично охолоджений так, що його тиск зменшився в $n = 3$ рази. Знайдіть значення зміни ентропії ΔS для цих процесів.

1,6 Дж/К; -1,1 Дж/К

4. Кисень масою $m = 2 \text{ кг}$ збільшив свій об'єм в $n = 5$ разів один раз ізотермічно, а другий – адіабатно. Визначте величину зміни ентропії ΔS для кожного процесу.

836 Дж/К; 0

5. Лід масою $m_1 = 200 \text{ г}$ при температурі $t_1 = -5^\circ\text{C}$ вкинули у воду, що має масу $m_2 = 5 \text{ кг}$ та температуру $t_2 = 100^\circ\text{C}$. Визначте температуру води, що встановилася. Питома теплоємність води $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$. Питома теплота плавлення льоду $\lambda = 3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж}/\text{кг}$. Визначте зміну ентропії.
6. У результаті ізобаричного охолодження гелію масою $m_1 = 7 \text{ г}$ об'єм газу зменшився у 2,71 раза. Визначте зміну ентропії ΔS газу.
7. Азот масою $m = 1 \text{ кг}$ збільшив свій об'єм в 2 рази ізотермічно, а потім ще в 3 рази – адіабатно. Знайдіть зміну ентропії ΔS .
8. Воду масою $m_1 = 0,5 \text{ кг}$ при температурі $t_1 = 5^\circ\text{C}$ змішали з водою масою $m_2 = 1 \text{ кг}$ при температурі $t_2 = 15^\circ\text{C}$ та водою масою $m_3 = 3 \text{ кг}$ при температурі $t_3 = 75^\circ\text{C}$. Знайдіть температуру θ суміші та зміну ентропії ΔS при змішуванні. Питома теплоємність води $c = 4200 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$.
9. У результаті ізохорного нагрівання водню масою 1 г тиск газу збільшився вдвічі. Визначте зміну ентропії газу.

-
10. Обчисліть зміну ентропії при ізобарному розширенні азоту масою 4 кг від 6 л до 11 л.
11. У калориметр з водою маси m_1 занурено шматок льоду масою m_2 . Визначити температуру води після того, як лід розтанув, якщо початкова температура води була рівна t_1 , а льоду – 0 °С. Питома теплота плавлення льоду дорівнює q . Визначте зміну ентропії.
12. Яку кількість води m при температурі $t_0 = 20$ °С можна заморозити випаровуванням $M = 100$ г сірого ефіру, що має початкову температуру $t_1 = 20$ °С, питома теплоємність $c_2 = 0,5$ кал/(г·°С) і теплота випаровування $r = 90$ кал/г (при цьому тепло випаровування береться тільки за рахунок води)? Вважати теплоту випаровування ефіру незалежною від температури.
13. Для визначення питомої теплоємності цинку c_2 шматок цинку масою $m_2 = 235$ г, нагрітий до температури $t_2 = 99,3$ °С, помістили в латунний калориметр. Питома теплоємність латуні $c_0 = 0,093$ кал/(г·°С), маса калориметра $m_0 = 160$ г. У калориметрі була вода масою $m_1 = 209$ г при температурі $t_1 = 15$ °С. Після встановлення теплової рівноваги температура калориметра дорівнювала $t = 22,1$ °С. Визначити питому теплоємність цинку.
14. Обчисліть зміну ентропії при нагріванні 1 кг води з температурою 305 К до кипіння з подальшим перетворенням її в пару за нормального атмосферного тиску.

2.8. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Критичний стан

Приклади розв'язування задач

1. Тиск кисню $P = 7 \text{ МПа}$, його густина $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$. Знайти температуру T кисню. Поправки Ван дер Ваальса для кисню: $a = 0,136 \text{ Нм}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Розв'язування.

Запишемо рівнянням Ван дер Ваальса:

$$\left(P + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu R T.$$

Поділимо ліву і праву частини цього рівняння на νR :

$$\left(P + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - \nu b) \frac{1}{\nu R} = T; \quad T = \left(P + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\nu} - b \right) \frac{1}{R}$$

Врахувавши, що $\nu = \frac{m}{\mu}$, отримаємо:

$$T = \left(P + \left(\frac{m}{\mu} \right)^2 \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(\frac{V}{\frac{m}{\mu}} - b \right) \frac{1}{R} = \frac{1}{R} \left(P + \frac{m^2}{\mu^2} \cdot \frac{a}{V^2} \right) \left(\frac{V \cdot \mu}{m} - b \right);$$

$$T = \frac{1}{R} \left(P + \rho^2 \cdot \frac{a}{\mu^2} \right) \left(\frac{\mu}{\rho} - b \right),$$

де $\rho = \frac{m}{V}$ – густина кисню.

$$T = \frac{1}{8,31} \left(7 \cdot 10^6 + 100^2 \cdot \frac{0,136}{(32 \cdot 10^{-3})^2} \right) \left(\frac{32 \cdot 10^{-3}}{100} - 3,17 \cdot 10^{-5} \right) = 289 \text{ (K)}.$$

2. Визначте у скільки разів значення концентрації $n_{\text{кр}}$ молекул азоту у критичному стані є більшим, ніж концентрації n_0 молекул азоту за нормальних умов. Поправки Ван дер Ваальса для азоту: $a = 0,135 \text{ Нм}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Розв'язування.

Визначимо концентрацію n_0 молекул азоту за нормальних умов:

$$P_0 V = \nu R T_0;$$

$$P_0 V = \frac{N}{Na} R T_0.$$

Поділимо останнє рівняння на V :

$$P_0 = \frac{n_0}{Na} R T_0, \quad (1)$$

де $n_0 = \frac{N}{V}$ – концентрація молекул азоту при нормальних умовах.

З рівняння (1) визначимо n_0 :

$$n_0 = \frac{P_0 \cdot Na}{R T_0}. \quad (2)$$

Величина концентрації $n_{кр}$ молекул азоту у критичному стані:

$$n_{кр} = \frac{N}{V_{кр}} = \frac{\nu \cdot Na}{V_{кр}} = \frac{\nu \cdot Na}{3b\nu} = \frac{Na}{3b}. \quad (3)$$

Знайдемо, у скільки разів концентрація $n_{кр}$ молекул азоту у критичному стані більша, ніж концентрація n_0 молекул азоту при нормальних умовах.

$$\frac{n_{кр}}{n_0} = \frac{Na}{3b} / \frac{P_0 \cdot Na}{R T_0} = \frac{Na}{3b} \cdot \frac{R T_0}{P_0 \cdot Na} = \frac{R T_0}{3b P_0} = \frac{8,31 \cdot 273}{3 \cdot 3,86 \cdot 10^{-5} \cdot 10^5} = 196.$$

Отже, концентрація $n_{кр}$ молекул азоту у критичному стані у **196 разів більша** за концентрацію n_0 молекул азоту при нормальних умовах.

Задачі для самостійної роботи

1. У посудину об'ємом $V = 10$ л закачали азот масою $m = 0,25$ кг. Визначте внутрішній тиск P' та власний об'єм V' молекул. Поправки Ван дер Ваальса для азоту: $a = 0,135$ Н·м⁴/моль², $b = 3,86 \cdot 10^{-5}$ м³/моль.

$$1,08 \cdot 10^5 \text{ Па}; 5,78 \text{ см}^3$$

2. У балон об'ємом $V = 0,3$ л закачали вуглекислий газ у кількості $\nu = 1$ моль за температури $T = 300$ К. Знайдіть тиск P газу: 1) за рівнянням Менделєєва-Клапейрона; 2) за рівнянням Ван дер Ваальса. Поправки Ван

дер Ваальса для вуглекислого газу: $a = 0,361 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 4,28 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

8,31 МПа; 5,68 МПа

3. Тиск кисню $P = 7 \text{ МПа}$, його густина $\rho = 100 \text{ кг/м}^3$. Знайдіть температуру T кисню. Поправки Ван дер Ваальса для кисню: $a = 0,136 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

289 К

4. Визначте найбільший об'єм V_{max} , який може займати вода, що містить кількість речовини $\nu = 1 \text{ моль}$. Поправки Ван дер Ваальса для водяної пари: $a = 0,545 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,04 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

0,09 л

5. Обчисліть густину ρ водяної пари у критичному стані. Поправки Ван дер Ваальса для водяної пари: $a = 0,545 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,04 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

197 кг/м³

6. Визначте найбільший тиск P_{max} насиченої водяної пари. Поправки Ван дер Ваальса для водяної пари: $a = 0,545 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,04 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

20 МПа

7. Визначте у скільки разів значення концентрації $n_{\text{кр}}$ молекул азоту у критичному стані є більшим, ніж концентрації n_0 молекул азоту за нормальних умов. Поправки Ван дер Ваальса для азоту: $a = 0,135 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

196

8. Газ у кількості $\nu = 1 \text{ моль}$ має критичну температуру і займає об'єм V втричі більший за критичний об'єм $V_{\text{кр}}$. У скільки разів тиск P газу у цьому стані менший за критичний тиск $P_{\text{кр}}$?

1,5

9. Визначте внутрішню енергію U азоту, що містить кількість речовини $\nu = 1 \text{ моль}$ за критичної температури $T_{\text{кр}} = 126 \text{ К}$. Обчислення виконати для об'єму азоту $V = 10 \text{ л}$. Поправки Ван дер Ваальса для азоту: $a = 0,135 \text{ Н}\cdot\text{м}^4/\text{моль}^2$, $b = 3,86 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

10. Кисень масою $m = 8 \text{ г}$ займає об'єм $V = 20 \text{ см}^3$ при температурі $T = 300 \text{ К}$. Визначити внутрішню енергію U кисню. Поправки Ван дер Ваальса для кисню: $a = 0,136 \text{ Н} \cdot \text{м}^4 / \text{моль}^2$, $b = 3,17 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / \text{моль}$.

11. Знайдіть відносну вологість повітря у відкритому приміщенні об'ємом 1600 м^3 у полудень за температури 30°С . Відомо, що абсолютна вологість повітря в приміщенні надвечір становить $0,015 \text{ кг/м}^3$. У відсотках маса водяної пари в приміщенні зменшилась на стільки ж, скільки її було у полудень в кілограмах. Атмосферний тиск протягом доби був сталим, а максимальна пружність водяної пари у полудень становила $31,8 \text{ мм. рт. ст.}$

12. Відносна вологість повітря поблизу земної поверхні за температури 17°С і атмосферного тиску $1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ становить 80%. Визначте, на якій висоті і за якої температури, піднімаючись вгору, повітря досягне стану насичення. Обґрунтуйте, чи матиме місце зміна величини температурного градієнту вище точки роси. Якщо встановлено, що в умовах неперервного збільшення тиску, вертикально опускаючись до поверхні Землі, повітряні маси (незалежно від ступеня їх вологості) адіабатно нагріваються на один градус кожні сто метрів, а максимальний парціальний тиск водяної пари в температурному діапазоні від 0°С до 50°С описується залежністю $P_n = 3 \cdot 10^{-5} \exp(0,0624T)$

2.9. Поверхневий натяг. Капілярні явища

Приклади розв'язування задач

1. Маса **100** крапель спирту, що витікають з капіляра, дорівнює $m = 0,71$ г. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу σ спирту, якщо радіус шийки краплі у момент відриву дорівнює $r = 0,5$ мм.

Розв'язування. У момент відриву краплі:

$$F_{\text{п.н.}} = m_0 g,$$

$$F_{\text{п.н.}} = \sigma \cdot l, \quad \text{де } l - \text{довжина контура, що обмежує}$$

вільну поверхню рідини;

$$F_{\text{п.н.}} = \sigma \cdot 2\pi r;$$

m_0 – маса однієї краплі.

Таким чином, рівняння (1) набуде вигляду:

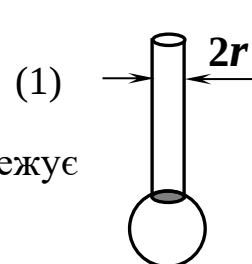
$$\sigma \cdot 2\pi r = m_0 g;$$

$$\sigma \cdot 2\pi r = \frac{m}{N} g.$$

Звідси коефіцієнт поверхневого натягу спирту:

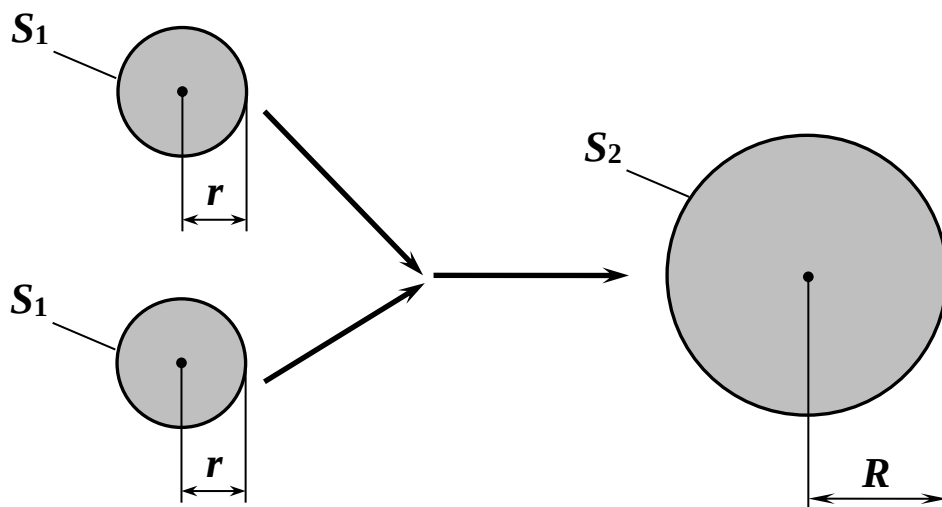
$$\sigma = \frac{mg}{2\pi r N};$$

$$\sigma = \frac{0,71 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 100} = 0,022 \text{ (Н/м)}.$$



2. Дві краплини ртуті, радіус кожної з них дорівнює $r = 1$ мм, злилися в одну. Визначте величину енергії E , що виділиться при цьому злитті. Вважайте процес ізотермічним. Коефіцієнт поверхневого натягу ртуті $\sigma = 0,5$ Н/м.

Розв'язок. Дві однакові краплини ртуті із радіусами r злилися в одну краплину радіусом R .



Коефіцієнт поверхневого натягу:

$$\sigma = \frac{A}{\Delta S}.$$

В цій задачі: $\sigma = \frac{E}{\Delta S}.$

Енергія E , яка виділиться при злитті двох крапель ртуті в одну краплю:

$$E = \sigma \cdot \Delta S = \sigma \cdot (S_2 - S_1). \quad (1)$$

На відміну від бульбашки, крапля має тільки одну поверхню – зовнішню.

У формулі (1) площа S_1 – це площа зовнішніх поверхонь двох крапель ртуті, радіусом r кожна, які були до злиття.

Площа S_2 – це площа зовнішньої поверхні краплі ртуті, яка утворилася після злиття.

Тоді формулу (1) можна записати у вигляді:

$$E = \sigma \cdot (S_2 - 2 \cdot S_1);$$

$$E = \sigma \cdot (4\pi R^2 - 2 \cdot 4\pi r^2) = 4\pi \sigma \cdot (R^2 - 2r^2). \quad (2)$$

Обчислимо радіус R .

Маса M краплі ртуті, яка утворилася після злиття, дорівнює сумі мас двох крапель ртуті, які були до злиття:

$$M = m + m = 2m;$$

$$\rho \cdot V_2 = 2\rho \cdot V_1;$$

$$V_2 = 2V_1;$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 = 2 \cdot \frac{4}{3}\pi r^3;$$

$$R^3 = 2r^3;$$

$$R = \sqrt[3]{2} \cdot r. \quad (3)$$

Підставимо значення (3) у формулу (2):

$$\begin{aligned} E &= 4\pi\sigma \cdot (R^2 - 2r^2) = 4\pi\sigma \cdot \left((\sqrt[3]{2} \cdot r)^2 - 2r^2 \right) = 4\pi\sigma^2 \cdot \left((\sqrt[3]{2})^2 - 2 \right) = \\ &= 8\pi\sigma^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt[3]{2}} - 1 \right). \end{aligned}$$

$$E = 8 \cdot 3,14 \cdot 0,5 \cdot (10^{-3})^2 \cdot (2^{-1/3} - 1) = -2,59 \cdot 10^{-6} \text{ (Дж)}.$$

Задачі для самостійної роботи

1. Маса 100 крапель спирту, що витікають з капіляра, дорівнює $m = 0,71 \text{ г}$. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу σ спирту, якщо радіус шийки краплини у момент відриву дорівнює $r = 0,5 \text{ мм}$.

22 мН/м

2. Тонка трубка має діаметр $d_1 = 0,2 \text{ см}$. На нижньому кінці трубки повисла краплина води, що має у момент відриву форму кулі. Знайти радіус r_2 цієї кулі. Коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$, густина води $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$.

2,2 мм

3. Визначте величину роботи A , яку виконують, щоб видуваючи мильну бульбашку, збільшити її радіус від $r_1 = 0,5 \text{ см}$ до $r_2 = 5,5 \text{ см}$. Вважайте процес ізотермічним. Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води $\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$.

3 мДж

4. Дві краплини ртуті, діаметром 2 мм кожна, злилися в одну краплю. Яка енергія E виділиться при цьому злитті? Вважайте процес ізотермічним. Коефіцієнт поверхневого натягу ртуті $\sigma = 0,5 \text{ Н/м}$.

2,59 мкДж

5. Визначте на скільки значення тиску повітря P в середині мильної бульбашки більше, ніж величина атмосферного тиску P_0 , якщо радіус

бульбашки $d = 2,5 \text{ мм}$? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води $\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$.

64 Па

6. Розчин гліцерин піднявся по капілярній трубці на висоту $h = 20 \text{ мм}$. Визначте коефіцієнт поверхневого натягу σ розчину, якщо внутрішній радіус капіляра $R = 0,5 \text{ мм}$. Густина розчину гліцерину $\rho = 1260 \text{ кг/м}^3$.

61 мН/м

7. У воду опустили на дуже малу глибину скляну трубку з радіусом внутрішнього каналу $R = 0,5 \text{ мм}$. Знайдіть масу води m , що ввійде у трубку. Коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$.

23 мг

8. Гліцерин піднявся по капілярній трубці на висоту $h = 20 \text{ мм}$. На яку висоту підніметься вода по цій капілярній трубці? Коефіцієнт поверхневого натягу гліцерину $\sigma_1 = 0,064 \text{ Н/м}$, коефіцієнт поверхневого натягу води $\sigma_2 = 0,073 \text{ Н/м}$, густина гліцерину $\rho_1 = 1260 \text{ кг/м}^3$, густина води $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$.

9. На нижньому кінці капіляра повисла крапля води, що має у момент відриву форму кулі радіусом $R = 3 \text{ мм}$. Визначте радіус капіляра r . Відомо, що коефіцієнт поверхневого натягу води дорівнює $\sigma = 0,073 \text{ Н/м}$, густина води $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$.

10. У посудину зі спиртом опущено дві плоскопаралельні скляні пластинки, відстань між якими 2 мм . При повному змочуванні обчислити висоту підняття спирту між пластинами. Визначте масу спирту піднятого між пластинками, якщо довжина пластинки 5 см . Коефіцієнт поверхневого натягу спирту 22 мН/м , густина – 800 кг/м^3 .

11. Визначте необхідну роботу, щоб, видуваючи мильну бульбашку, збільшити її радіус від 5 мм до 44 мм ? Коефіцієнт поверхневого натягу мильної води $\sigma = 0,039 \text{ Н/м}$.

2.10. Теплові властивості твердого тіла

Приклади розв'язування задач

1. Визначте, який максимальний тиск може створити вода густиною ρ_B на стінки посудини при замерзанні. Відомо, що льодяна куля під дією всебічного тиску P_0 зменшує свій радіус в n разів ($n = \alpha + 1$, де $\alpha \ll 1$). Густина льоду ρ_L .

Розв'язок.

При замерзанні лід зазнає деформації стиску і, відповідно, чинить тиск P на стінки посудини. У випадку всебічного стиску деформація льоду визначають так:

$$\epsilon = -\frac{P}{K}, \quad (1)$$

де K – модуль всебічного стиску.

Максимальна деформація льоду визначається співвідношенням

$$\epsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{m/\rho_B - m/\rho_L}{m/\rho_L} = \frac{\rho_L - \rho_B}{\rho_B}. \quad (2)$$

Підставивши (2) в (1), отримаємо:

$$P = K \frac{\rho_B - \rho_L}{\rho_B}. \quad (3)$$

Модуль всебічного стиску визначається із співвідношення

$$K = -\frac{P_0}{\epsilon_0} = \frac{P_0}{\frac{4/3\pi(nR)^3 - 4/3\pi R^3}{4/3\pi(nR)^3}} = \frac{P_0 n^3}{n^3 - 1} \approx \frac{P_0}{3\alpha}. \quad (4)$$

Підставивши (4) в (3), отримаємо:

$$P = \frac{P_0}{3\alpha} \frac{\rho_B - \rho_L}{\rho_B}.$$

Задачі для самостійної роботи

1. Знайдіть коефіцієнт об'ємного розширення ізотропного кристалу з коефіцієнтами лінійного розширення: $0,26 \cdot 10^{-4} K^{-1}$; $0,13 \cdot 10^{-4} K^{-1}$; $0,23 \cdot 10^{-4} K^{-1}$.

$$0,62 \cdot 10^{-4} K^{-1}$$

2. Обчисліть максимальну силу пружності, яка повертає атом у положення рівноваги із врахуванням ангармонічності. Коефіцієнт гармонічності дорівнює 50 Н/м , коефіцієнт ангармонічності – 500 ГПа .

$$1,25 \text{ нН}$$

-
3. Обчисліть силу (яка відповідає максимальному зміщенню), яка повертає атом у положення рівноваги, якщо амплітуда теплових коливань дорівнює 5% від середньої відстані між атомами за даної температури. Коефіцієнт гармонічності дорівнює 50 Н/м , коефіцієнт ангармонічності 500 ГПа , середня відстань між атомами $0,4 \text{ нм}$.

$0,8 \text{ нН}$ (притягання); $1,2 \text{ нН}$ (відштовхування)

4. Визначте максимальну зміну потенціальної енергії атомів у кристалічній ґратці за гармонічних коливань якщо амплітуда теплових коливань дорівнює 5 % від середньої відстані між атомами за даної температури. Середня відстань між атомами дорівнює $0,3 \text{ нм}$, модуль Юнга 100 ГПа .
5. Визначте коефіцієнт гармонічності, якщо рівноважна відстань між атомами дорівнює $0,3 \text{ нм}$, модуль Юнга 200 ГПа

60 Н/м

6. Доведіть, що за умови зміщення частинок в кристалічній ґратці за законом Гука, теплове розширення відсутнє.
7. Металевий стрижень завдовжки 1 м при температурі 20°C нагріли до 120°C . Визначити зміну його довжини, якщо коефіцієнт лінійного розширення становить $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$.

$1,2 \text{ мм}$

8. Металева ізотропна пластина має площу $0,2 \text{ м}^2$ при температурі 25°C . Знайти її площу при температурі 125°C , якщо коефіцієнт лінійного розширення матеріалу $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$.

$0,20044 \text{ м}^2$

9. Стальний дріт при температурі 10°C має довжину 5 м . При якій температурі його довжина становитиме $5,002 \text{ м}$, якщо коефіцієнт лінійного розширення $1,1 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$?

$46,4^\circ\text{C}$

10. Квадратна алюмінієва пластина має площу 2 м^2 при 50°C , якщо пластину охолодити до 0°C , її площа зменшується з $0,0044 \text{ м}^2$. Знайти коефіцієнти поверхневого та лінійного розширення алюмінію.

$4,4 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$; $2,2 \cdot 10^{-5} \text{ } 1/^\circ\text{C}$

ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

Індивідуальні завдання – це частина навчального матеріалу з дисципліни “Загальна фізика (Молекулярна фізика)”, що має на меті поглибити, узагальнити та закріпити знання, отримані студентами у процесі навчання, а також застосування цих знань на практиці.

Звіт про виконання індивідуального завдання повинен містити титульну сторінку (згідно зі зразком) та змістове наповнення до 10 аркушів. Звіт про виконання індивідуального завдання – це завершена робота теоретичного або практичного характеру, яка містить систематизований чітко викладений матеріал за обраною темою на основі спеціально підібраної літератури. Захист індивідуального завдання відбувається не пізніше, ніж за два тижні до закінчення семестру.

Критерії оцінювання індивідуального завдання: повнота розкриття теми у роботі – 13 балів, якість мовного оформлення – 1 бал, якість бібліографічного опису – 1 бал.

Орієнтовні теми індивідуальних завдань

1. Аналіз відомих методів визначення вологості повітря, їх переваги і недоліки.
2. Аналіз експериментальних методів визначення теплоємності твердих тіл (теоретичні основи, точність одержаних результатів).
3. Досліди, які можна використати при вивченні основ термодинаміки.
4. Досліди, які можна використати при вивченні газових законів.
5. Описати переваги і недоліки відомих методів визначення коефіцієнта теплопровідності газів.
6. Описати переваги і недоліки відомих методів визначення коефіцієнта теплопровідності твердих тіл.
7. Основні види та принципи роботи теплових машин.
8. Холодильна машина. Фізичні основи та принцип роботи.
9. Описати явища змочування і капілярності в живій природі й техніці.

-
-
10. Рідкі кристали та їх властивості. Застосування рідких кристалів у техніці.
 11. Полімери: їх властивості та застосування. “Розумні” полімери.
 12. Підібрати, описати та пояснити досліди з молекулярної фізики, які можна використати при проведенні шкільного вечора “Цікава фізика”.
 13. Відкриття з молекулярної фізики на уроках фізики в 7 класі.
 14. Відкриття з молекулярної фізики (його зміст, відомості про вченого, значення цього відкриття та його вплив на подальший розвиток фізики) на уроках фізики в 10 класі.
 15. Підібрати та описати корисні поради, які можна використати на заняттях технічного гуртка, що ґрунтуються на законах молекулярної фізики та термодинаміки.

Студент може запропонувати свою тему індивідуального завдання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Блашків В. С. Молекулярна фізика та термодинаміка : тексти лекцій / В. С. Блашків, О. В. Кузик, Д. Д. Шуптар. Дрогобич : РВВ ДДПУ імені Івана Франка, 2010. 278 с.
2. Булавін Л. А. Гаврюшенко Д. А., Сисоєв В. М. Молекулярна фізика : підр. / за заг. ред. Л. А. Булавіна. – Київ : Знання, 2006. 567 с.
3. Бушок Г. Ф., Венгер Є. Ф. Курс фізики. Кн. 1. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ : Вища школа, 2002. 375 с.
4. Бушок Г. Ф. Півень Г. Ф. Курс фізики. Ч. 1. Механіка, молекулярна фізика, термодинаміка, електрика і магнетизм. Київ : Вища школа, 1969. 428 с.
5. Гадзаман І. В. Методичні рекомендації до виконання лабораторних робіт з курсу “Молекулярна фізика та основи термодинаміки” / І. В. Гадзаман, Р. М. Пелешак, Ю. О. Угрин, П. Г. Сидорчук, В. С. Штим. Дрогобич : РВВ ДДПУ, 2005. 152 с.
6. Гаркуша І. П. Загальний курс фізики. : збірник задач. Київ : Техніка, 2003. 560 с.
7. Дущенко В. П., кучерук І. М. Загальна фізика. Фізичні основи механіки. Молекулярна фізика і термодинаміка. Київ : Вища школа, 1993. 540 с.
8. Жихарєв В. М. Молекулярна фізика і термодинамічні властивості речовини: навч.-метод. матер. до курсу лекцій / рекомендовано МОН України, Держ. вищ. навч. закл. “Ужгородський нац. ун-т” та ін. Ужгород, 2017. 104 с.
9. Кучерук І. М. Загальний курс фізики у трьох томах. Т. 1. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка : навчальний посібник / за ред. Кучерука І. М. Київ : Техніка, 2007. 534 с.
10. Цмоць В. М. Молекулярна фізика : навчальний посібник для студентів педагогічних вузів. Дрогобич : Коло, 2005. 358 с.
11. Яворський Б. М. Курс фізики / Б. М. Яворський, А. А. Детлаф, Л. В. Милковська. Київ : Вища школа, 1978. 468 с.

Допоміжна

12. Богацька І. Г., Головка Д. Б. Загальні основи фізики. Кн. 1. Механіка. Термодинаміка та молекулярна фізика. Київ : Либідь, 1998. 192 с.

-
13. Головка Д. Б., Ментковський Ю. Л. Загальні основи фізики: Термодинаміка, молекулярна фізика. Київ : Либідь, 1993. – 112 с.
 14. Загальна фізика. Лабораторний практикум : навчальний посібник для педагогічних інститутів / за заг. ред. Горбачука І. Т. Київ : Вища школа, 1992. 509 с.
 15. Нечволод М. К. Курс фізики. Механіка. Молекулярна фізика і термодинаміка : навчальний посібник / М. К. Нечволод, М. М. Голоденко, А. Ф. Прун. Київ : Просвіта, 2001. 228 с.
 16. Нечволод М. К. Курс фізики. Запитання і задачі : навчальний посібник / М. К. Нечволод, М. М. Голоденко, А. Ф. Прун. Київ : Просвіта, 2001. 232 с.
 17. Романов О. Молекулярна фізика: компетентнісні запитання. *Фізика*. 2019, грудень. №12. С. 35.
 18. Шиманська О. Т. Молекулярна фізика. Фізичний практикум: навч. посібн. для студ. фізичн. спец. ВНЗ/НУ “Києво-Могилянська Академія”. Львів : Євросвіт, 2009. – 343 с.

Інформаційні ресурси

1. Електронний архів наукових та освітніх матеріалів КПІ ім. Ігоря Сікорського: <http://ela.kpi.ua/>
2. Науковий репозитарій Чернівецького національного університету імені Юрія Федьковича:
<http://www.library.chnu.edu.ua/index.php?page=/ua/04fondy>
3. Електронний науковий архів Науково-технічної бібліотеки Національного університету “Львівська політехніка”:
<http://ena.lp.edu.ua:8080/>
4. Мультидисциплінарний відкритий електронний архів ELibUkr-OA:
<http://oa.elibukr.org/>

ДОДАТКИ

Додаток 1

Деякі властивості твердих тіл

(ρ – густина, $T_{\text{пл.}}$ – температура плавлення, c – питома теплоємність,
 κ – коефіцієнт теплопровідності,
 α_l – лінійний коефіцієнт теплового розширення,
 L – питома теплота плавлення)

Речовина	ρ , кг/м ³	$T_{\text{пл.}}$, К	c , (Дж)/кг К	κ , (Вт)/м К	$\alpha_l 10^6$, К ⁻¹	L , кДж/кг
Алюміній	2700	933	896	209	22,58	397
Бронза	8800	—	—	47–58	16–20	—
Вольфрам	19100	3653	134	130	—	192
Сплав Вуда	—	333	—	—	—	—
Графіт	2100	3773	—	114	7,86	—
Дерево (дуб)	850	—	2390	0,1–0,2	4,92	—
Ебоніт	1150	—	—	0,17	84,2	—
Залізо	7870	1808	465	47	10–13	277
Золото	19300	1336	130	308	14	65,7
Індій	7280	429	—	—	30,5	330
Кадмій	8650	594	—	—	29,0	—
Латунь	8500	1193	385	111	17-20	—
Лід	916	273	2090	2,23	—	335
Мідь	8930	1366	385	364	16,6	205
Нікель	8600	1726	448	—	14,0	303
Олово	5800	505	218	65	21,4	59,6
Свинець	11340	600	130	34,89	28,3	23,0
Срібло	10500	1234	234	407	19,0	104,5
Скло	2600	—	779	0,7	8,1	—
Фарфор	2300	—	800	1,4	2,5–6	—
Цинк	8970	692,5	389	111	32	—

Деякі властивості рідин

(ρ – густина при 20°C,

 $t_{\text{кип.}}$ – температура кипіння при нормальному атмосферному тиску, r – питома теплота пароутворення, c – питома теплоємність, α_v – об'ємний коефіцієнт теплового розширення, σ – коефіцієнт поверхневого натягу)

Рідина	ρ , кг/м ³	$t_{\text{кип.}}$, °C	r , (кДж)/кг	c , (кДж)/кг К	$\alpha_v 10^{-3}$, К ⁻¹	σ , Н/м
Ацетон	800	56,25	525	2,16	1,43	0,0233
Бензин	700	70– 120	–	2,09	1,00	–
Бензол	880	80,1	394	–	1,06	0,0289
Гліцерин	1260	290,5	-	2,39	0,59	0,0657
Вода	1000	100	2256	4,19	0,18	0,0727
Гас	800	110– 325	–	–	0,96	0,0289
Ртуть	13546	356,58	285	0,138	0,181	0,465
Спирт етиловий	789	78,33	840	2,39	1,1	0,0223
Ефір	714	36,6	–	–	–	–

Питома теплоємність (с) міді при різних температурах Дж/(кг·К)

T, °C	0	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500	550	600
c	382	389	395	402	409	415	422	428	435	441	448	453	459

Тиск і густина насиченої водяної пари

$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, \text{г/м}^3$	$t, ^\circ\text{C}$	$p, \text{кПа}$	$\rho, \text{г/м}^3$
-5	0,40	3,2	14	1,60	12,1
0	0,61	4,8	15	1,71	12,8
1	0,65	5,2	16	1,81	13,6
2	0,71	5,6	17	1,94	14,5
3	0,76	6,0	18	2,07	15,4
4	0,81	6,4	19	2,20	16,3
5	0,88	6,8	20	2,33	17,3
6	0,93	7,3	21	2,49	18,3
7	1,0	7,8	25	3,17	23,0
8	1,06	8,3	50	12,3	83,0
9	1,14	8,8	60	19,9	129,4
10	1,23	9,4	70	31,0	195,7
11	1,33	10,0	80	47,3	290,2
12	1,40	10,7	90	70,0	417,6
13	1,49	11,4	100	101,3	588,3

Електронне навчально-методичне видання

**Олеся Даньків,
Олег Кузик**

Загальна фізика. Молекулярна фізика та основи термодинаміки

*Методичні матеріали
до самостійної роботи*

**Дрогобицький державний педагогічний університет
імені Івана Франка**

Редактор
Ірина Невмержицька

Технічний редактор
Артимко Ірина

Здано до набору 19.03.2025 р. Формат 60х90/16. Гарнітура Times. Ум. друк.
арк. 7,25. Зам. 15.

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка.
(Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників та розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5140 від
01.07.2016 р.). 82100, Дрогобич, вул. Івана Франка, 24, к. 203.