

Міністерство освіти і науки України
Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана
Франка
Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»
завідувач кафедри математики та економіки,
кандидат пед. наук, доцент
_____ Тарас ВІЙЧУК
«__» _____ 2025 р.

ВИКОРИСТАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ НАВЧАННЯ ПІД
ЧАС ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОСЛІДОВНОСТІ ТА ПРОГРЕСІЇ»
Спеціальність: 014 Середня освіта (за предметними спеціальностями)
Предметна спеціальність: 014.04 Середня освіта (Математика)
Додаткова предметна спеціальність: 014.09 Середня освіта
(Інформатика)

Магістерська робота
на здобуття кваліфікації:
«Магістр середньої освіти.
Вчитель математики, вчитель інформатики»

Автор роботи: **Олещук Петро Володимирович** _____
підпис

Науковий керівник: доктор філософії
доцент Войтович Христина Олегівна _____
підпис

Дрогобич, 2025

Захист магістерської роботи

Використання інтерактивних методів навчання під час вивчення теми

«Послідовності та прогресії»

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

_____	Голова ЕК _____	_____
дата	підпис	прізвище, ім'я

Секретар ЕК _____	_____
підпис	прізвище, ім'я

Анотація

Олещук П. В. *Використання інтерактивних методів навчання під час вивчення теми «Послідовності та прогресії»*. – Рукопис. – 57 с.

У магістерській роботі теоретично обґрунтовано та розроблено систему інтерактивних методів навчання для ефективного вивчення теми «Послідовності та прогресії» у курсі математики основної школи. На основі аналізу сучасних педагогічних підходів, навчальних програм і практик встановлено дидактичний потенціал інтерактивних технологій — кейс-методу, навчання у співпраці, групових досліджень, проєктних та рефлексивних форм. Розроблено навчально-методичний модуль, що включає конспекти уроків, прикладні задачі. Отримані результати мають практичне значення для модернізації уроків математики відповідно до вимог НУШ і компетентнісного підходу.

Annotation

Oleshchuk P. V. *The Use of Interactive Teaching Methods in Studying the Topic “Sequences and Progressions”*. – Manuscript. – 57 pages.

The master's thesis provides a theoretical justification and development of a system of interactive teaching methods aimed at improving the effectiveness of learning the topic “Sequences and Progressions” in the mathematics curriculum of lower secondary school. Based on the analysis of modern pedagogical approaches, current curricula, and teaching practices, the didactic potential of interactive technologies—such as case-based learning, cooperative learning, group investigations, project-based tasks, and reflective practices—has been identified. A comprehensive instructional module has been designed, including detailed lesson plans and applied problem sets. The results obtained have practical significance for modernizing mathematics lessons in line with the requirements of the New Ukrainian School reform and the competence-based approach.

Зміст

ВСТУП	5
1.1. Сутність, принципи та класифікація інтерактивного навчання в сучасній дидактиці	8
1.2. Дидактичний потенціал та критерії вибору інтерактивних методів для вивчення складних математичних	11
1.3. Аналіз стану викладання теми «Послідовності та прогресії» в чинних шкільних програмах та підручниках	15
РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ВИВЧЕННЯ ТЕМИ «ПОСЛІДОВНОСТІ ТА ПРОГРЕСІЇ» ТА ВИБІР ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ	20
2.1. Аналіз змісту теми «Послідовності та прогресії»: логіко-дидактична структура	20
2.2. Виявлення типових труднощів та помилок учнів при засвоєнні понять і формул прогресій	23
2.3. Обґрунтування вибору інтерактивних методів	26
2.4. Моделювання прикладних завдань в інтерактивному навчанні	32
РОЗДІЛ 3. ПРОЄКТУВАННЯ ТА ТЕОРЕТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ НАВЧАЛЬНОГО МОДУЛЯ	36
3.1. Критерії та принципи проєктування навчального модуля з інтерактивними методами	36
3.2. Конспект уроку «Формула n-го члена та суми арифметичної прогресії»	38
3.3. Інтерактивне заняття «Прикладні задачі на геометричну прогресію»	44
3.4. Теоретичне обґрунтування прогностичної ефективності розроблених методик	51
ВИСНОВОК	54
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	56

Вступ

У контексті сучасних освітніх реформ, спрямованих на формування ключових компетентностей учнів, особливої уваги набуває вдосконалення методики викладання абстрактних математичних понять через активізацію пізнавальної діяльності та розвиток прикладного мислення. Зокрема, тема «Послідовності та прогресії» вимагає від учнів не лише механічного застосування формул, а й глибокого розуміння сутності процесів, які вони моделюють. Саме тому вибір найбільш дієвих та сучасних методів навчання для цієї теми є нагальною науково-методичною проблемою.

Актуальність обраної теми зумовлена глибокими змінами в освітній парадигмі, закріпленими в нормативних документах Міністерства освіти і науки України, зокрема в Концепції «Нова українська школа». [7, 8] Ці положення вимагають від педагогічної практики відходу від репродуктивних моделей на користь компетентнісного, особистісно орієнтованого підходу. Це обумовлює необхідність активного впровадження інтерактивних методів, які є ключовим інструментом для розвитку критичного мислення, комунікативних навичок та вміння працювати в команді. Актуальність також підкреслюється потребою систематизації та деталізації застосування цих методів саме до фундаментальної, але часто складної для засвоєння теми «Послідовності та прогресії», що має значний прикладний потенціал у таких сферах, як фінанси та економіка. Виявлені суперечності між потребою школи у формуванні ключових компетентностей через інтерактивні методи та домінуванням традиційних форм навчання, а також між високим прикладним значенням прогресій та недостатнім рівнем використання прикладних, кейсових завдань на уроках, вимагають методичного розв'язання.

Мета дослідження полягає у теоретичному обґрунтуванні та розробці навчально-методичного забезпечення вивчення теми

«Послідовності та прогресії» для основної школи на основі систематизованого застосування інтерактивних методів навчання.

Об'єктом дослідження виступає процес навчання математики в основній школі, а **предметом дослідження** є методика використання інтерактивних методів навчання під час вивчення теми «Послідовності та прогресії».

Для досягнення поставленої мети визначено наступні завдання:

1. проведення теоретичного аналізу літератури;
2. визначення дидактичного потенціалу та принципів відбору найбільш ефективних інтерактивних методів;
3. розробка навчально-методичного модуля (деталізованих конспектів уроків) для вивчення зазначеної теми;
4. теоретичне обґрунтування прогностичної ефективності розробленої методики через її відповідність дидактичним цілям і сучасним педагогічним принципам.

Оскільки проведення формуючого педагогічного експерименту не передбачається, дослідження обмежується констатувальним етапом та поглибленою методичною розробкою.

Відповідно до поставлених завдань, використовувалися теоретичні методи: критичний, системний та порівняльний аналіз літератури для визначення стану проблеми та класифікації методів; синтез та узагальнення для формулювання висновків; а також моделювання та проєктування для розробки структури навчального модуля.

Серед емпіричних методів застосовувалися вивчення та узагальнення ередового педагогічного досвіду, а також аналіз шкільної навчально-методичної документації.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у теоретичному обґрунтуванні системи інтерактивних методів, адаптованих до змісту та логіки вивчення «Послідовностей та прогресій», а також у конкретизації

критеріїв їх відбору. Практичне значення дослідження полягає у створенні готового до впровадження навчально-методичного модуля (конспектів уроків та дидактичних матеріалів) та розробці методичних рекомендацій для вчителів математики.

Розділ 1. Теоретико-методичні засади застосування інтерактивних технологій у навчанні математики

1.1. Сутність, принципи та класифікація інтерактивного навчання в сучасній дидактиці

У сучасних умовах розвитку освіти, коли компетентнісний підхід, гуманізація та орієнтація на особистість учня визначають зміст навчальних реформ, інтерактивне навчання набуває особливої ваги. Воно відповідає потребам покоління здобувачів освіти, для яких характерними є висока активність, прагнення до взаємодії, інтерес до практичних способів засвоєння інформації та потреба в навчанні через діяльність. Інтерактивне навчання у педагогічній літературі трактується як спосіб організації освітнього середовища, за якого провідною є активна взаємодія учасників навчання, співпраця, партнерська комунікація та постійний обмін думками. На відміну від традиційної моделі, що передбачає домінування монологічного викладу матеріалу вчителем, інтерактивний підхід забезпечує включення учня у процес пізнання, роблячи його повноправним суб'єктом освітньої діяльності. [2]

Сутність інтерактивного навчання полягає у створенні таких умов, за яких засвоєння нового матеріалу відбувається через аналіз, обговорення, постановку запитань, висунення гіпотез, моделювання та порівняння різних способів розв'язання. Це означає, що учень не просто слухає чи спостерігає, а активно бере участь у створенні змісту навчання. Наприклад, під час вивчення теми «Послідовності та прогресії» учні можуть у групах аналізувати приклади числових рядів і визначати закономірність їх побудови, пропонувати власні варіанти послідовностей, порівнювати способи знаходження загального члена, досліджувати переваги та недоліки різних підходів. У такому середовищі учитель виконує роль фасилітатора — організовує навчальну взаємодію, спрямовує дискусію, створює умови для розвитку самостійності та критичного мислення.

Основу інтерактивного навчання становлять принципи, які визначають його педагогічну систему. Принцип діяльності передбачає активне залучення учня до навчального процесу, коли засвоєння знань відбувається через виконання дій: пошук, аналіз, синтез, порівняння, обговорення. Такий підхід особливо важливий у вивченні математичних тем, де ефективність залежить від здатності учня працювати з об'єктами, що змінюються, досліджувати закономірності, знаходити зв'язки. Так, учні можуть виконувати завдання на порівняння різних видів прогресій, знаходити подібне та відмінне між ними, аналізувати, як змінюється поведінка числової послідовності залежно від параметрів, запропонованих учителем чи однокласниками. [3, 4]

Принцип суб'єктності означає визнання індивідуальної позиції здобувача освіти, його права на власну думку, спосіб розв'язання або інтерпретацію математичного явища. Наприклад, учні можуть запропонувати різні моделі пояснення зростання послідовності або обґрунтувати, чому певний спосіб знаходження загального члена прогресії є ефективнішим у конкретному випадку. Принцип співпраці передбачає взаємодію, у якій учні вчать не лише здобувати знання, а й підтримувати одне одного, розподіляти ролі, слухати та чути різні погляди. Реалізація цього принципу можлива через роботу в малих групах, взаємне консультування, обговорення способів розв'язання задач.

Принцип діалогічності полягає у побудові навчального процесу як системи змістовних запитань і відповідей, у якій кожен учасник може ставити питання, висловлювати припущення, заперечувати або уточнювати твердження інших. Це створює умови для глибшого розуміння матеріалу, адже знання формуються в процесі мовлення, обміну думками та аргументів. Наприклад, під час дискусії про те, чи завжди зростання послідовності гарантує позитивне значення різниці в арифметичній прогресії, учні можуть пропонувати контрприклад, доводити свої твердження, знаходити помилки у міркуваннях однокласників.

Принцип проблемності передбачає введення учня у ситуацію, що потребує пошуку нового знання. У межах теми «Послідовності та прогресії» це може бути завдання: «Чи можлива прогресія, у якій деякі члени є від'ємними, але в загальному ряді спостерігається зростання?», або: «Чи може існувати послідовність, що не є прогресією, але має властивість постійного приросту у певних інтервалах?». Такі запитання змушують учнів мислити критично, аналізувати, формулювати гіпотези та аргументовано їх перевіряти. [5]

Класифікація інтерактивних методів навчання у сучасній дидактиці є різноманітною й охоплює кілька груп методів. За формою взаємодії методи поділяють на парні, групові та фронтальні. Парні методи передбачають роботу учнів удвох: взаємне пояснення способів розв'язання задачі, обговорення закономірності послідовності, пошук помилок у розв'язанні одне одного. Групові методи включають роботу в малих групах, де кожна група отримує окреме завдання — наприклад, проаналізувати певний тип послідовності або розробити власний алгоритм визначення її загального члена. Фронтальні методи — дискусії, колективне обговорення, мозковий штурм — дають можливість швидко зібрати ідеї класу та спільно сформулювати висновки. [10]

За характером навчальної діяльності інтерактивні методи поділяють на дискусійні, ігрові, дослідницькі та ситуаційні. Дискусійні методи (дебати, обговорення тверджень, робота з аргументами) сприяють розвитку критичного мислення. Наприклад, у дискусії «Чи може арифметична прогресія бути спадною, якщо її перший член є додатним?» учні аргументують свої позиції та аналізують міркування однокласників. Ігрові методи можуть передбачати математичні квести, рольові вправи, змагання між командами на швидкість знаходження закономірностей або створення задач за зразком. Дослідницькі методи — це міні-дослідження, аналіз реальних даних, порівняння характеристик різних послідовностей. Ситуаційні методи, зокрема кейс-метод, передбачають розгляд практичних

проблем, наприклад: «Як змінюється накопичення матеріалу в моделі, якщо кожного дня додається фіксована або змінна кількість одиниць?».

За дидактичним призначенням інтерактивні методи поділяють на ті, що застосовуються для актуалізації знань (асоціативний куш, мозковий штурм), подання нового матеріалу (проблемний виклад, пошукові завдання), закріплення (робота в групах, створення математичних схем, взаємне навчання), та оцінювання знань (самооцінювання, взаємооцінювання, експрес-тести, рефлексивні картки). Наприклад, вивчаючи властивості арифметичної прогресії, учні можуть спочатку пригадати пов'язані поняття через колективну асоціативну вправу, потім працювати у групах над виведенням формул, а наприкінці уроку здійснювати самооцінку, відзначаючи, що вдалося зрозуміти найкраще. [3, 9]

Таким чином, інтерактивне навчання є цілісною системою дидактичних підходів, яка передбачає активну взаємодію учнів і вчителя, використання різноманітних форм і методів діяльності, розвиток критичного мислення та комунікативних навичок. Для теми «Послідовності та прогресії» інтерактивні методи мають особливе значення, оскільки сприяють усвідомленню математичних закономірностей, формуванню гнучкого мислення, здатності аналізувати, узагальнювати та застосовувати математичні моделі у нових ситуаціях. Використання таких методів робить навчання змістовним, мотивувальним та ефективним, що відповідає вимогам сучасної дидактики та компетентнісного підходу.

1.2. Дидактичний потенціал та критерії вибору інтерактивних методів для вивчення складних математичних

Використання цифрових ресурсів у процесі навчання математики має ґрунтуватися не лише на технічних можливостях, а передусім — на розумінні психолого-педагогічних закономірностей навчання. Ефективність цифрових технологій залежить від того, наскільки вони

відповідають віковим особливостям учнів, закономірностям засвоєння математичних понять і принципам побудови навчального процесу.

У процесі навчання математики особливої уваги потребують теми, що відзначаються високим рівнем абстракції, значним теоретичним навантаженням або потребою у розумінні численних взаємозв'язків і закономірностей. До таких належать теми, пов'язані з функціональними залежностями, елементами математичного аналізу, рівняннями різних типів, послідовностями та прогресіями. Саме під час їх вивчення інтерактивні методи виявляють свій найбільший дидактичний потенціал, адже вони дають змогу організувати навчальний процес так, щоб учні не лише запам'ятовували формули, а й розуміли їх походження, зміст і можливості застосування. [5]

Дидактичний потенціал інтерактивних методів полягає передусім у тому, що вони створюють умови для переходу від пасивного засвоєння інформації до активного пізнання. При вивченні складних математичних тем інтерактивні методи забезпечують можливість поступового відкриття закономірностей, аналізу математичних об'єктів, порівняння різних способів розв'язання. Здобувачі освіти отримують нагоду самостійно формулювати гіпотези, обговорювати їх доцільність, перевіряти правильність міркувань. Так, під час опрацювання властивостей послідовностей учні можуть самостійно дослідити, як змінюється характер послідовності за змінних умов, порівняти різні приклади, запропонувати власну модель побудови послідовності чи проаналізувати твердження одне одного. Це розвиває математичну інтуїцію, логічне та критичне мислення, здатність аргументувати власну позицію. [11]

Ще одним важливим аспектом дидактичного потенціалу інтерактивних методів є їхня здатність робити складний теоретичний матеріал доступнішим. Робота у формі діалогу або дискусії сприяє тому, що учні ставлять запитання, уточнюють незрозумілі моменти, шукають помилки у власних чи чужих міркуваннях, а головне — усвідомлюють

навчальний матеріал через мовлення і взаємодію. Наприклад, під час дискусії щодо умов зростання або спадання арифметичної прогресії учні можуть зіставляти різні твердження, пропонувати контрприклад, пояснювати хід своїх міркувань. Таким чином, складний матеріал набуває практичної зрозумілості, а навчання перестає бути лише відтворенням формул.

Важливе значення має й емоційно-мотиваційний потенціал інтерактивних методів. Робота в парах чи малих групах створює комфортну атмосферу співробітництва, знижує страх помилки, стимулює інтерес і допитливість. Учні, які можуть обговорювати, сперечатися, пропонувати власні рішення, зазвичай демонструють вищу мотивацію до вивчення математики. Ігрові елементи, рольові вправи або ситуаційні завдання роблять складні теми більш наближеними до реальності. Наприклад, для з'ясування властивостей геометричної прогресії можна використати модель реальної ситуації: зростання певної величини у виробництві, біології чи економіці. Через такі контексти учні не лише краще засвоюють тему, а й бачать її практичну значущість. [4]

Вибір інтерактивних методів для вивчення складних тем повинен базуватися на чітких дидактичних критеріях. Першим з них є відповідність меті уроку. Якщо метою є засвоєння нового матеріалу, доцільно застосовувати методи проблемного викладу, пошукові завдання або групове дослідження, що стимулюють відкриття закономірності. Якщо ж метою є закріплення чи систематизація, ефективними будуть інтерактивні вправи, математичні ігри, взаємне навчання чи робота з помилками. Другим важливим критерієм вибору є рівень підготовленості учнів. Для здобувачів освіти із початковим рівнем розуміння теми варто застосовувати більш структуровані методи, що передбачають опору на наочні приклади або поетапний аналіз задач. Для учнів із вищим рівнем сформованих навичок доцільно використовувати методи відкритого типу — групові дискусії, дослідження, аналіз складних ситуацій.

Третім критерієм є складність і тип навчального матеріалу. Якщо тема передбачає велику кількість абстрактних залежностей (наприклад, властивості прогресій або рекурентні формули), ефективними є методи, що дозволяють учням маніпулювати прикладами, здійснювати порівняння, формувати загальні правила на основі аналізу конкретних ситуацій. Якщо ж тема включає задачі підвищеної складності, варто застосовувати інтерактивні методи комбінованого типу: групові консультації, взаємоперевірку, спільне складання алгоритмів розв'язання. [6, 12]

Четвертим критерієм є можливість забезпечити активну участь кожного учня. Інтерактивні методи не повинні перетворюватися на діяльність лише активної частини класу. Тому перевага надається тим методам, які передбачають персональну відповідальність учасників: індивідуальні ролі в групах, взаємне пояснення, розподіл завдань між членами команди. Наприклад, у процесі дослідження певної послідовності один учень може відповідати за аналіз змінних умов, інший — за доведення властивостей, третій — за узагальнення.

П'ятим важливим критерієм є забезпечення можливості рефлексії та усвідомлення результатів. Метод вважається інтерактивним настільки, наскільки він сприяє осмисленню учнем того, що і як було засвоєно. Тому після виконання інтерактивних завдань доцільно організувати коротке обговорення: що було найскладнішим, які способи виявилися ефективними, що учень зміг пояснити своїй групі або однокласнику. [7]

Таким чином, дидактичний потенціал інтерактивних методів полягає у здатності забезпечувати глибоке розуміння складних математичних тем, формувати в учнів здатність аналізувати, робити висновки, співпрацювати, аргументувати та застосовувати знання у нових ситуаціях. Критерії вибору інтерактивних методів мають ґрунтуватися на меті навчання, рівні підготовленості учнів, особливостях навчального матеріалу, необхідності залучення кожного здобувача освіти та забезпеченні рефлексивної діяльності. Виважений підбір інтерактивних методів дає змогу перетворити

навіть найскладніші математичні теми на доступні, зрозумілі та цікаві для учнів, сприяючи підвищенню якості математичної освіти та розвитку ключових компетентностей.

1.3. Аналіз стану викладання теми «Послідовності та прогресії» в чинних шкільних програмах та підручниках

Системний аналіз методики навчання алгебри в основній школі неможливий без детального розгляду нормативного та навчально-методичного забезпечення, що регламентує вивчення теми «Послідовності та прогресії».

У навчальних програмах для основної школи тема «Послідовності та прогресії» представлена як окремий змістовий блок, що має істотне навчальне навантаження. Програма для 7–9 класів передбачає вивчення цієї теми орієнтовно протягом 28 годин. До змісту входять означення числової послідовності, приклади різних способів її задання, арифметична та геометрична прогресії, формули n -го члена і суми перших n членів, а також задачі на обчислення елементів прогресії, відновлення послідовності за заданими умовами та моделювання реальних процесів за допомогою прогресій. Програма акцентує увагу на різноманітних формах організації навчальної діяльності: фронтальна робота, робота в парах і малих групах, командне розв’язування проблемних ситуацій. Таке формулювання дає можливість учителю впроваджувати інтерактивні методи, оскільки програмою не лише визначено теоретичний зміст, а й передбачено застосування різних форм співпраці, дискусії та взаємодії між учнями. Водночас програма не деталізує конкретних інтерактивних технологій, а лише окреслює загальні підходи. [2]

У програмах старшої школи (10–11 класи, профільний рівень) тема «Послідовності та прогресії» подається лаконічніше, приблизно на 4 години навчального часу. Її зміст має узагальнювальний характер і зосереджується на повторенні раніше вивченого матеріалу та розв’язуванні задач

підвищеної складності. Увага приділяється узагальненню основних понять, аналізу властивостей різних типів послідовностей, розгляду нестандартних завдань і застосуванню прогресій у практичних контекстах. Програма підкреслює важливість теми для подальшого вивчення математичного аналізу, однак не подає рекомендацій щодо використання інтерактивних методів. Унаслідок цього організація діяльнісного навчання повністю залежить від учителя.

Зміст підручників, обраних для аналізу, загалом відповідає програмним вимогам, однак різниться за обсягом матеріалу, структурою викладу та потенціалом для використання інтерактивних методів. У підручнику «Алгебра» для 9 класу (автори А. Мерзляк, В. Полонський, М. Якір) тема розглядається послідовно та структуровано: від загального поняття числової послідовності — до арифметичної та геометричної прогресій, їхніх основних формул і типових задач. Переважну частину матеріалу становлять алгоритмічні вправи, спрямовані на відпрацювання обчислень. Присутні окремі задачі з практичним змістом, проте більшість з них подані у традиційній формі, без акценту на колективне обговорення або пошукову діяльність.

У підручнику «Математика. Алгебра і початки аналізу та геометрія» для 10 класу (рівень стандарту) тема послідовностей і прогресій має повторювально-систематизувальний характер. Матеріал подається стисло, з чітким теоретичним ядром та зразками розв'язання. Автори подають різнорівневі вправи, у тому числі комбіновані задачі, але методичні підказки щодо організації інтерактивної роботи практично не представлені. Хоча у структурі параграфів трапляються елементи рефлексії («Поміркуйте», «Застосуйте на практиці»), їх використання для групової роботи залежить від рішення вчителя.

Підручник профільного рівня «Алгебра і початки аналізу» для 10 класу (Г. Бевз та ін.) містить більш поглиблений зміст: тут розглядаються не лише прогресії, а й властивості числових послідовностей, окремі задачі

з елементами підготовки до вищої математики. Матеріал орієнтований на інтелектуально активного учня, містить більш складні задачі, дослідницькі елементи й теоретичні узагальнення. Водночас структура викладу залишається традиційною: основну увагу приділено теорії та самостійній роботі учня, а можливості для інтерактивного навчання знову не деталізуються. Підручник може слугувати хорошою базою для організації дискусій, групового дослідження чи проблемного навчання, однак відповідні методичні вказівки не є складовою його структури.

Загалом аналіз чинних навчальних програм і підручників дає можливість сформулювати кілька важливих висновків. По-перше, зміст теми «Послідовності та прогресії» поданий повно й системно як в основній, так і у старшій школі. По-друге, програми допускають застосування різних форм роботи, що створює потенційні умови для інтерактивного навчання. По-третє, у жодній із програм та підручників не подано чітких методичних рекомендацій щодо використання інтерактивних технологій, що зумовлює значну роль учителя у виборі способів організації навчальної діяльності. По-четверте, підручники переважно орієнтовані на фронтальне та індивідуальне засвоєння матеріалу: хоча в окремих випадках трапляються елементи, які можуть слугувати основою для інтерактивних методів (практичні задачі, завдання для роздумів), вони не становлять цілісної методичної системи.

Отже, українські програми та підручники забезпечують учнів достатнім теоретичним та практичним матеріалом щодо теми «Послідовності та прогресії», однак здебільшого орієнтовані на індивідуально-фронтальне засвоєння. Вони містять потенціал для інтерактивного навчання (різні види задач, окремі елементи рефлексії, пропозиції для міркувань), але не формують цілісної системи діяльній чи дослідницької роботи. Методичне наповнення – організація групових форм, дискусій, інтерактивних вправ – значною мірою залежить від ініціативи вчителя, що актуалізує потребу пошуку ефективніших моделей викладання.

Аналіз українських програм і підручників показав, що хоча зміст теми «Послідовності та прогресії» структурований достатньо повно, методичне забезпечення значною мірою залежить від професійної ініціативи вчителя. В умовах недостатньої конкретизації діяльнісних та інтерактивних підходів доцільно звернутися до європейського та міжнародного досвіду, де акцент зроблено на дослідницькій роботі, моделюванні та груповій взаємодії. Порівняння з підходами Великої Британії, Польщі та США дозволяє окреслити перспективні напрямки вдосконалення вітчизняної методики. У Сполучених Штатах зміст навчання математики визначається Стандартами «Common Core State Standards for Mathematics». У межах цих стандартів послідовності розглядаються як різновид функцій, заданих на множині цілих чисел. Велику увагу приділено рекурентним означенням, дослідженню зростання та спадання, інтерпретації послідовностей у контексті математичного моделювання (наприклад, фінансових процесів або приросту величин). Значний акцент робиться на практичних застосуваннях: задачах про відсотки, кредитні платежі, експоненційне зростання. [12]

У Великій Британії у програмах рівнів GCSE та A-level послідовності та ряди входять до розділу «Pure Mathematics». Окрім арифметичних і геометричних прогресій, розглядаються нескінченні (збіжні) геометричні ряди, доведення формул, побудова власних послідовностей, розв'язання задач із використанням реалістичних контекстів. Британська методична практика широко використовує завдання на виявлення закономірностей, аналіз шаблонів, роботу з контрприкладми, створення та обговорення власних моделей.

У Польщі на національному рівні освіта орієнтується на застосування прогресій у практичних ситуаціях. Типові підручники та електронні ресурси містять завдання на опис і моделювання процесів, задачі економічного змісту, вправи на дослідження властивостей послідовностей. Польські методичні рекомендації спрямовані на розвиток математичних,

технічних і дослідницьких компетентностей, підкреслюють важливість самостійності та групової роботи.

Закордонний досвід демонструє кілька важливих тенденцій, актуальних для вдосконалення української методики: інтеграцію теми послідовностей із лінією функцій і математичного моделювання, активне використання реальних контекстів, спрямованість на дослідницькі та кооперативні форми роботи. На противагу переважно алгоритмічній українській практиці, у США, Великій Британії та Польщі значно ширше застосовують завдання відкритого типу, групові дослідження, обговорення стратегій розв'язання та проєктні методи. [13]

Розділ 2. Особливості вивчення теми «Послідовності та прогресії» та вибір інтерактивних методів

2.1. Аналіз змісту теми «Послідовності та прогресії»: логіко-дидактична структура

Тема «Послідовності та прогресії» є важливою складовою алгебраїчної лінії шкільного курсу математики й виконує значну роль у формуванні в учнів здатності працювати з залежностями, закономірностями та математичними моделями. Її логіко-дидактична структура вибудовується так, щоб забезпечити поступове ускладнення: від інтуїтивного сприйняття числових послідовностей — до усвідомлення загальних закономірностей та їхнього аналітичного опису.

Початковим етапом є формування уявлення про числову послідовність як впорядкований набір чисел

$$(a_n) = a_1, a_2, a_3, \dots,$$

де кожне число має свій порядковий номер. Важливо, щоб учні зрозуміли не лише формальну структуру, а й прикладну природу послідовностей: наприклад, динаміку зміни температури, приріст кількості учнів у групі, збільшення або зменшення певної величини.

Наступний етап логічно пов'язаний зі способами задання послідовностей. Учні повинні бачити відмінність між явним способом:

$$a_n = f(n),$$

та рекурентним:

$$a_1 = a, a_{n+1} = g(a_n).$$

Це важливо не лише з точки зору різних технік обчислення, а й для розвитку аналітичного мислення: рекурентне задання показує причинно-наслідковий зв'язок між членами послідовності, тоді як явна формула дає змогу обчислити будь-який член без попередніх.

Центральним елементом теми є введення арифметичної та геометричної прогресій. Учні мають дійти до усвідомлення, що арифметична прогресія характеризується сталим приростом:

$$a_{n+1} - a_n = d,$$

а її загальний член знаходиться за формулою:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Логічно важливо, щоб ця формула не була подана як готовий факт, а виведена на основі спостереження структури послідовності:

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n - 1)d.$$

Аналогічно геометрична прогресія характеризується сталим множником:

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q,$$

а її загальний член має вигляд:

$$a_n = a_1 q^{n-1}.$$

Для розуміння цієї формули важливо, щоб учні простежили логіку множення:

$$a_1, a_1 q, a_1 q^2, \dots, a_1 q^{n-1}.$$

Складнішою частиною теми є виведення формул суми перших n членів прогресій. В арифметичній прогресії вона набуває класичного вигляду:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2},$$

що може бути осмислено через симетричне групування членів або через побудову графічних моделей. Для геометричної прогресії формула суми подається як

$$S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} (q \neq 1),$$

і також потребує логічного пояснення, а не механічного заучування.

Значне місце у логіко-дидактичній структурі належить застосуванню прогресій до розв'язування задач, адже саме на цьому етапі абстрактні математичні поняття набувають для учнів реального змісту. Моделі з використанням прогресій охоплюють широкий спектр практичних ситуацій: накопичення коштів або матеріалів, регулярне збільшення чи зменшення кількості об'єктів, зміна температури або рівня води, ріст популяцій, планування виробничих циклів тощо. Якщо приріст у задачі є сталим, учні працюють з арифметичною прогресією, використовуючи формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Наприклад, якщо кількість виготовлених деталей щодня збільшується на 5 одиниць, учні можуть моделювати процес та прогнозувати загальний обсяг виробництва. Якщо ж зміна величини є пропорційною до попереднього значення (наприклад, щомісячне збільшення депозиту на 3 %, приріст чисельності бактерій або зростання кількості переглядів у мережі), то використовується геометрична прогресія, яка аналітично описується формулою

$$a_n = a_1 q^{n-1}.$$

Такі задачі формують у здобувачів уміння співвідносити реальні величини з математичною моделлю, інтерпретувати параметри прогресії (різницю, знаменник, номер члена), аналізувати поведінку систем у динаміці. Саме через застосування формул учні усвідомлюють, що математика є не лише набором правил, а засобом опису закономірностей навколишнього світу. Крім того, задачі прикладного змісту сприяють розвитку логічного мислення, грамотності у роботі з даними, здатності робити прогнози — компетентностей, важливих і за межами математики. Не менш важливою частиною структури є порівняння різних типів послідовностей, аналіз їхніх властивостей та узагальнення способів задання. Цей етап дозволяє учням не лише засвоїти окремі поняття, а й

вибудувати між ними взаємозв'язки, що є основою системного математичного мислення. Особливо цінним є вивчення властивостей послідовностей: зростання, спадання, сталості, обмеженості. Наприклад, учні порівнюють арифметичні послідовності зі сталою різницею та геометричні послідовності зі сталим знаменником, роблячи висновки про швидкість їх зміни; аналізують, за яких умов прогресія може бути зростаючою чи спадною:

- у арифметичній прогресії це залежить від знака різниці d ;
- у геометричній прогресії — від значення знаменника q та початкового члена.

Крім того, порівняння способів задання (явного та рекурентного) допомагає учням зрозуміти різні підходи до опису закономірностей. Наприклад, рекурентне задання

$$a_{n+1} = a_n + d$$

підкреслює покрокову природу процесу, тоді як явне

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

дозволяє швидко обчислити будь-який член. Таке порівняння формує аналітичну гнучкість — один із ключових компонентів математичної компетентності. На підсумковому етапі роботи учні систематизують знання про різні види послідовностей, виявляють спільні ознаки, відмінності, будують класифікацію, що сприяє формуванню цілісного бачення теми та створює основу для подальшого переходу до понять границі та ряду.

2.2. Виявлення типових труднощів та помилок учнів при засвоєнні понять і формул прогресій

Тема «Послідовності та прогресії» належить до тих розділів шкільного курсу математики, у яких поєднуються елементи абстрактного мислення, аналітичних операцій та роботи з математичними моделями.

Відповідно, засвоєння цього матеріалу нерідко супроводжується характерними труднощами й типовими помилками, що відображають як складність теми, так і особливості логіко-пізнавальної діяльності учнів. Аналіз цих труднощів є необхідною умовою вибору адекватних методичних підходів, зокрема інтерактивних методів, що сприяють подоланню прогалин у розумінні.

Однією з найпоширеніших труднощів є нечітке уявлення про саму сутність числової послідовності. Частина учнів сприймає послідовність як простий перелік чисел, не усвідомлюючи, що ключовим є саме правило побудови. Це призводить до того, що учні не можуть передбачити наступний член послідовності, якщо він не є очевидним, або плутають послідовність зі «списком значень». Часто учні не розрізняють поняття «номер члена» і «значення члена послідовності», що проявляється в помилках під час підстановки значення n у формулу, наприклад:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d,$$

де учень плутає n та сам член послідовності.

Ще однією типовою проблемою є недостатнє розуміння різниці між арифметичною та геометричною прогресіями. Учні часто формують асоціативне, а не сутнісне уявлення про прогресію, вважаючи, що «арифметична — це додавання, а геометрична — множення», не розуміючи ідеї сталості приросту або сталості множника. Це призводить до помилок у визначенні типу прогресії за кількома членами: учні перевіряють лише першу пару чисел, не аналізуючи всю послідовність. Наприклад, послідовність 2,4,8,16,32 може сприйматися як арифметична, бо «перша різниця теж збільшується», хоча справжньою ознакою є сталий знаменник

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q.$$

Серйозною проблемою є нерозуміння рекурентного способу задання послідовності. Учні звикли до явних формул і не сприймають рекурентну залежність як повноцінне задання послідовності. Часто вони намагаються

«підставляти» замість $(n + 1)$ значення n , або взагалі плутаються у порядку обчислень. Такі помилки свідчать про недостатню сформованість уявлень про причинно-наслідковий характер залежності між членами послідовності. Найбільше труднощів традиційно виникає при роботі з формулами загального члена прогресій. Учні часто неправильно підставляють порядковий номер члена або плутають параметри формули. Типовою є помилка, коли учень записує формулу арифметичної прогресії у вигляді

$$a_n = a_1 + nd,$$

тобто забуває про $(n - 1)$, що свідчить про формальне, а не змістове засвоєння. В геометричній прогресії аналогічною помилкою є запис

$$a_n = a_1 q^n.$$

Це також свідчить про нерозуміння логіки побудови послідовності та ролі множника.

Не менш поширеною є група помилок, пов'язаних із формулами сум перших n членів прогресій. Оскільки ці формули мають складніший вигляд і потребують розуміння структури, учні часто механічно обирають неправильну формулу або неправильно обчислюють a_n , який є складовою формули суми. Наприклад, у геометричній прогресії учні нерідко застосовують формулу суми для випадку $q < 1$ до ситуацій, де $q > 1$, або плутають числові вирази

$$q^n - 1 \text{ та } 1 - q^n.$$

Такі труднощі свідчать про недостатню візуалізацію або відсутність логічного пояснення походження формул.

Труднощі виникають і під час класифікації послідовностей за властивостями. Учні нерідко помиляються у визначенні зростання або спадання геометричної прогресії, особливо у випадках від'ємного або дробового знаменника. Наприклад, прогресія $a_n = (-2)(-1)^n$ викликає труднощі, оскільки знаки членів чергуються, що потребує від учнів аналізу, а не механічних дій. Аналіз на обмеженість також часто ускладнює учнів,

оскільки вимагає розуміння поведінки послідовності при великих значеннях n .

Певне місце займають труднощі, пов'язані із застосуванням прогресій до текстових задач. Учні нерідко не можуть «перекласти» умову задачі на мову математичної моделі: визначити, чи є приріст сталим, чи пропорційним, чи зростання відбувається за рахунок множення або додавання. Найпоширеніша помилка — змішувати арифметичні та геометричні моделі при розв'язуванні прикладних задач фінансового змісту.

Окрему групу становлять помилки технічного характеру, пов'язані з обчисленнями, неточністю в роботі з індексами, неправильним використанням дужок, підміною номерів членів та ін. Хоча такі помилки не завжди свідчать про концептуальні прогалини, вони можуть бути індикаторами того, що учень виконує завдання механічно, без розуміння структури обчислень.

Узагальнюючи, можна зазначити, що труднощі й помилки учнів при опрацюванні теми «Послідовності та прогресії» мають як змістовий (концептуальний), так і процедурний характер. Більшість із них зумовлена недостатньою роботою з різними способами задання послідовностей, слабким розвитком вмінь аналізувати поведінку рядів, відсутністю опори на моделювання реальних процесів та переважанням механічного відтворення формул над їх усвідомленим виведенням. Це підкреслює необхідність використання методів, що активізують пізнавальну діяльність учнів, стимулюють дослідження, обговорення, порівняння та пояснення — тобто інтерактивних методів, які роблять складні поняття доступнішими, а формули осмисленішими.

2.3. Обґрунтування вибору інтерактивних методів

Ефективне опрацювання теми «Послідовності та прогресії» вимагає використання методів навчання, які забезпечують не лише формальне

засвоєння формул, але й глибоке розуміння логіки побудови послідовностей, їхніх властивостей, структури та застосувань. Інтерактивні методи навчання дозволяють активізувати пізнавальну діяльність учнів, створити умови для співпраці, обговорення, аналізу та самостійного відкриття математичних закономірностей. У межах цієї теми особливо ефективними є кейс-метод, метод проєктів, групові форми роботи та ігрові методи, оскільки вони гармонійно поєднують аналітичне мислення з елементами дослідження і практичного застосування.

На етапі введення базових понять (послідовність, спосіб задання, рекурентна формула) доцільно застосовувати групову роботу та елементи ігрового моделювання. Робота в малих групах забезпечує можливість обговорення простих закономірностей, порівняння власних прикладів, побудови візуальних рядів, що сприяє формуванню первинних уявлень про структуру послідовностей. Наприклад, учням можна запропонувати у групах створити власні послідовності «за правилом», обмінятися завданнями й відгадати правило побудови. Такий формат дозволяє учням зрозуміти, що за кожною послідовністю стоїть певний алгоритм або залежність, та поступово підводить до формальних означень.

На етапі вивчення арифметичної та геометричної прогресій оптимальним є використання кейс-методу та мікропроєктів. Кейс-метод дозволяє подати новий матеріал через проблемну ситуацію, що має реалістичний контекст, наприклад: зростання плати за комунальні послуги, накопичення депозиту, щотижневе збільшення кількості товару. Робота над кейсом спонукає учнів самостійно шукати закономірність, визначати, чи є приріст сталим або пропорційним, тобто яку саме модель — арифметичну чи геометричну прогресію — слід застосувати. Такий підхід забезпечує осмислене введення формул загального члена, оскільки учні бачать реальну логіку їх виведення. Нижче наведені приклади кейс-методів.

Кейс 1. «Комунальний тариф» (арифметична прогресія)

Місто ухвалило рішення щомісяця підвищувати тариф на воду на однакову суму. Учні пропонуються:

- визначити, чи є зміна вартості прогресією;
- знайти формулу a_n ;
- спрогнозувати вартість через 6 місяців;
- порівняти загальні витрати за пів року.

Кейс формує розуміння сталого приросту та навички роботи з формулою загального члена.

Кейс 2. «Депозитний рахунок» (геометрична прогресія)

Громадянин відкрив депозит, на який щомісяця нараховуються 2%.
Учні мають:

- встановити тип прогресії;
- побудувати модель депозиту як прогресії;
- обчислити приріст за рік;
- порівняти депозит із простою відсотковою схемою.

Кейс розвиває навички моделювання фінансових процесів.

Кейс 3. «Вірусне поширення інформації» (геометрична прогресія зі змінним параметром)

Пост у соцмережах поширюється так: кожен учасник ділиться з трьома друзями, але частина людей «випадає». Учні:

- аналізують умову;
- визначають можливу модель прогресії;
- прогнозують кількість переглядів;
- обговорюють, що зміниться, якщо знаменник q менший за 1.

Кейс ускладнюється елементом аналізу реалістичності моделі.

Кейс 4. «Виробнича лінія» (зростання/спадання)

- Кількість виготовленої продукції змінюється щодня за певним правилом. Учні досліджують:

- чи є правило додаванням чи множенням;

- чи відповідає процес арифметичній або геометричній прогресії;
- як виглядає прогноз після 10 днів.

Метод мікропроектів є доцільним у процесі виведення формул та дослідження властивостей прогресій. Проекти можуть бути короткотривалими (1–2 уроки), спрямованими на самостійне відкриття закономірностей або дослідження поведінки послідовностей. Наприклад, групи можуть отримати завдання знайти кілька способів виведення формули суми арифметичної прогресії або дослідити, як змінюється геометрична прогресія при різних значеннях знаменника. Такі завдання формують аналітичну гнучкість, уміння співставляти різні способи розв’язання та презентувати результати. Нижче наведені приклади цих завдань.

Мікропроект 1. «Три способи виведення формули суми арифметичної прогресії»

Мета: розвинути здатність учнів аналізувати математичні властивості з різних перспектив.

Завдання:

- знайти три методи виведення формули

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2};$$

- підготувати коротку презентацію;
- порівняти методи за простотою, логікою, універсальністю.

Варіанти способів:

1. Парне додавання (метод Гауса).
2. Геометрична інтерпретація (трапеція).
3. Побудова за рекурентною моделлю.

Результат:

Учні створюють узагальнюючу схему та пояснюють, чому всі три способи дають однакову формулу.

Мікропроект 2. «Як поводить себе геометрична прогресія при різних значеннях q ?»

Групи досліджують три випадки:

1. $q > 1$ – експоненційне зростання.
2. $0 < q < 1$ – спадання до нуля.
3. $q < 0$ – зміна знаків, чергування.

Завдання:

- побудувати по 3 приклади;
- створити таблиці і графіки;
- описати особливості;
- підготувати правило, як визначати властивості послідовності.

Результат: Учні створюють узагальнюючу таблицю «Значення q — поведінка послідовності».

Мікропроект 3. «Моделюємо реальний процес»

Тематика (вибір учнів):

- зростання заощаджень;
- приріст бактерій;
- кількість відвідувачів каналу;
- підвищення спортивних результатів;
- зміна температури.

Етапи роботи:

1. Вибір процесу.
2. Визначення, який тип прогресії описує його.

3. Побудова моделі:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \text{ або } a_n = a_1 q^{n-1}.$$

4. Побудова графіка.

5. Прогноз на 6–12 кроків.

6. Короткий висновок про реалістичність моделі.

Результат: Учні демонструють, що можуть застосувати прогресії для реального життя.

Мікропроект 4. «Дослідження помилок»

Завдання:

- отримати 8–10 неправильно виконаних завдань;
- у групах визначити тип помилки;
- пояснити, чому вона виникла;
- запропонувати «правило-запобіжник» (коротке формулювання, що попереджає помилку).

Приклади помилок:

- забування $(n-1)$ у формулі;
- плутанина між q та d ;
- неправильний вибір формули суми.

Результати: Учні створюють пам'ятку «Топ-10 помилок і як їх уникнути».

На етапі закріплення понятійного апарату та формул ефективними є ігрові методи, які активізують увагу, допомагають відпрацювати типові структурні дії та формують стійкі навички. Це можуть бути математичні батли між групами, вправи «знайди помилку», ігри на швидке визначення типу прогресії чи обчислення члена послідовності. Ігрові методи особливо доречні для зняття напруги, адже тема прогресій часто викликає у здобувачів побоювання через велику кількість формул. Ігрова форма робить повторення більш емоційним і продуктивним.

На завершальному етапі — застосування прогресій для моделювання реальних ситуацій — найбільш ефективним є метод проєктів. Проєкти дозволяють інтегрувати знання з різних тем та дисциплін, створюючи міжпредметні зв'язки. Наприклад, учні можуть дослідити модель зростання населення, створити прогноз економічних показників, змоделювати процес розкладання речовин, проаналізувати розповсюдження інформації у соціальних мережах. Такі завдання не лише розвивають уміння застосовувати формули прогресій, але й навчають планувати роботу, презентувати результати, працювати в команді — тобто формують ключові компетентності.

Таким чином, вибір інтерактивних методів навчання у межах теми «Послідовності та прогресії» є дидактично обґрунтованим і відповідає логіці поступового ускладнення навчального матеріалу. Групова робота сприяє засвоєнню базових понять; кейс-метод забезпечує осмислення прикладного змісту; метод проєктів дозволяє розвивати аналітичні та дослідницькі вміння; ігрові методи створюють середовище для ефективного закріплення й автоматизації навичок. У комплексі ці методи забезпечують не лише засвоєння формул і властивостей прогресій, але й формування в учнів здатності застосовувати їх у реальних і навчальних ситуаціях, що є основою компетентнісного підходу в сучасній математичній освіті.

2.4. Моделювання прикладних завдань в інтерактивному навчанні

У процесі інтерактивного навчання особливого значення набуває використання прикладних завдань, побудованих на основі реальних економічних, біологічних та фізичних процесів, які природно описуються арифметичними та геометричними прогресіями. Такі задачі сприяють глибшому засвоєнню навчального матеріалу, оскільки дозволяють учням побачити, що математичні закономірності мають широке практичне застосування, а отже, є невід'ємною частиною сучасного наукового та

повсякденного життя. Включення прикладних моделей у структуру уроку створює можливості для організації групової роботи, дискусій, роботи з даними та спільного пошуку розв'язків, що повністю відповідає принципам інтерактивної діяльності.

Одним із найбільш показових прикладів є моделювання економічних процесів, зокрема заощаджень із нарахуванням відсотків. Розглянемо задачу: учень щомісяця відкладає на депозит 3000 грн, а банк нараховує 1,5 % щомісячних відсотків. Щоб визначити суму заощаджень через рік, учні вибудовують математичну модель, у якій кожний внесок зростає протягом різної кількості місяців. Це приводить до формули суми геометричної прогресії:

$$S = 3000(1.015^{11} + 1.015^{10} + \dots + 1.015^0) = 3000 \cdot \frac{1.015^{12} - 1}{0.015} \\ \approx 39\,120 \text{ грн.}$$

Таке завдання демонструє механізм роботи складного відсотка і водночас навчає перетворювати життєву ситуацію на математичну модель. Дидактична цінність полягає в тому, що учні здійснюють не механічне обчислення, а повноцінне моделювання, порівнюють різні схеми заощаджень, роблять висновки та обговорюють фінансові рішення в групах. Це сприяє розвитку фінансової грамотності та аналітичного мислення.

Біологічні процеси також природно інтегруються у зміст вивчення прогресій. Наприклад, ріст бактеріальної популяції, що збільшується на 60 % щогодини, описується геометричною прогресією зі знаменником 1,6 та початковим значенням 800 клітин. Через 8 годин кількість бактерій становитиме

$$a_8 = 800 \cdot 1.6^7 \approx 21\,500.$$

Це завдання є важливим не тільки з точки зору математичних навичок, а й з погляду міжпредметних зв'язків: учні обговорюють реалістичність моделі, пояснюють, чому експоненційний ріст не може бути нескінченним,

формують уявлення про екологічні обмеження та поведінку реальних систем. Таким чином, така задача стає основою для колективного дослідження, у якому учні висувають гіпотези, аналізують параметри моделі, пропонують варіанти зміни умов. Це відповідає концепції діяльнісного та дослідницького навчання.

Фізичні процеси також можуть бути ефективно змодельовані з використанням прогресій. У задачі про рівноприскорений рух швидкість автомобіля збільшується на сталу величину — 3 м/с щосекунди. Це дозволяє задати послідовність швидкостей у вигляді арифметичної прогресії

$$v_n = 3(n - 1),$$

а через 12 секунд автомобіль рухатиметься зі швидкістю

$$v_{12} = 33 \text{ м/с.}$$

Таке завдання формує розуміння принципу прискорення, показує механізм переходу від дискретної моделі до графічного й фізичного опису руху, дозволяє в групах порівнювати різні сценарії (різні прискорення, початкові умови, гальмування). Учні не просто виконують обчислення, а аналізують, які фізичні наслідки має такий темп розгону, чи є він безпечним, у яких випадках модель перестає бути точною.

Усі наведені задачі мають важливе дидактичне значення: вони сприяють формуванню в учнів навичок математичного моделювання, стимулюють критичне мислення, підсилюють міжпредметні зв'язки та підвищують рівень мотивації до вивчення теми «Послідовності та прогресії». Окрім цього, інтерактивні форми роботи, які супроводжують розв'язання таких задач (групове обговорення, порівняння моделей, дослідження реалістичності, побудова графіків і таблиць), забезпечують активну участь усіх здобувачів, полегшують засвоєння формул і сприяють перенесенню знань у нові ситуації. Саме тому моделювання прикладних процесів на основі прогресій є одним із найбільш ефективних напрямів інтерактивного навчання в старшій школі.

Розділ 3. Проєктування та теоретичне обґрунтування ефективності навчального модуля

3.1. Критерії та принципи проєктування навчального модуля з інтерактивними методами

Проєктування навчального модуля з використанням інтерактивних методів навчання передбачає створення цілісної й педагогічно обґрунтованої системи, яка забезпечує активну участь учнів у навчальному процесі, розвиток їхнього мислення, пізнавальної автономії та здатності до співробітництва. На відміну від традиційних форм подання матеріалу, інтерактивні методи потребують спеціальної організації змісту, структури й методичних рішень, що визначають ефективність навчального модуля. Проєктування такого модуля базується на сукупності певних критеріїв та принципів, які орієнтують учителя на дидактично доцільне поєднання змістового наповнення, взаємодії учасників, типів завдань і способів оцінювання. [4, 5]

Одним із першочергових критеріїв є дидактична цілісність модуля, що передбачає логічну послідовність етапів, єдність цілей, змісту, методів і результатів. Навчальний матеріал має бути структурованим так, щоб інтерактивні методи не були додатковим елементом, а природно інтегрувалися в засвоєння понять та способів діяльності. Важливим критерієм є також відповідність інтерактивних методів змісту теми, зокрема можливість застосування діяльнісних форм роботи для аналізу математичних закономірностей, виконання досліджень, моделювання та розв'язування проблемних ситуацій. Для теми «Послідовності та прогресії» це означає добір таких форм роботи, які забезпечують можливість побудови власних математичних моделей, порівняння способів задання послідовностей, роботи з реальними даними й виконання прикладних завдань.

Важливим критерієм є доступність і посиленість навчального навантаження, що враховує підготовку учнів, їхню здатність працювати у групах, виконувати дослідницькі завдання й оперувати формулами. Інтерактивний модуль повинен передбачати диференціацію завдань, наявність чітких інструкцій та опорних матеріалів, що забезпечить успішне включення всіх учнів у роботу. Не менш суттєвим критерієм є орієнтація на формування ключових і предметних компетентностей, таких як математичне моделювання, критичне мислення, уміння співпрацювати, презентувати результати, аргументувати розв'язання. Саме компетентнісний підхід визначає, які інтерактивні методи варто включати до модуля та яким має бути характер завдань. [6]

Проектування навчального модуля ґрунтується також на низці принципів. Першим і головним є принцип діяльності, згідно з яким учень виступає активним суб'єктом навчання: сам формулює гіпотези, шукає закономірності, працює з даними, будує математичні моделі, порівнює різні способи розв'язання. Реалізація цього принципу передбачає включення до модуля дослідницьких і проблемних завдань, групових проєктів, кейсів та моделювання реальних ситуацій. Важливим є принцип інтерактивної взаємодії, який орієнтує на організацію навчання так, щоб знання формувались у співпраці: через обговорення, взаємоперевірку, колективне висування припущень та аналіз помилок. Цей принцип визначає необхідність використання парної та групової роботи, дискусій, комбінованих завдань та методу «ротаційних станцій».

Значну роль відіграє принцип науковості та концептуальності, що передбачає точність математичних формулювань, коректне застосування понять «послідовність», «прогресія», «знаменник», «різниця», а також роботу з моделюванням реальних процесів відповідно до математичних законів. Водночас важливим є принцип зв'язку теорії з практикою, який забезпечує систематичне включення прикладних завдань, що дають змогу учням побачити застосування прогресій у фінансових, біологічних,

фізичних та соціальних процесах. Цей принцип зумовлює наявність задач-кейсів, практичних мінідосліджень, роботи з даними, що мають реалістичний зміст. [2]

Суттєвим у проектуванні є принцип варіативності навчальних методів, що передбачає поєднання різних способів інтеракції залежно від етапу роботи: на етапі введення понять доцільні дидактичні ігри та групові вправи на пошук закономірностей, на етапі вивчення нових формул — проблемні ситуації та кейси, на етапі закріплення — ігрові практики, а на етапі застосування — проекти й моделювання. Дотримання цього принципу забезпечує адаптивність модуля до різних типів уроків та різного рівня підготовки учнів.

Загалом критерії та принципи проектування навчального модуля з інтерактивними методами забезпечують методичну цілісність, структурну логіку й педагогічну ефективність навчального процесу. Модуль, побудований на такій основі, не лише сприяє глибокому засвоєнню теми «Послідовності та прогресії», а й формує навчальну автономію, аналітичне мислення, здатність до співпраці та застосування математичних знань у практичних ситуаціях, що відповідає сучасним вимогам математичної освіти.

3.2. Конспект уроку «Формула n -го члена та суми арифметичної прогресії»

Урок побудований на основі технології «Навчання спільно», яка передбачає організацію навчання у малих групах із розподілом ролей, взаємною відповідальністю, колективним обговоренням та спільним формуванням результату. Така форма роботи особливо ефективна при засвоєнні теми арифметичної прогресії, адже дозволяє учням не лише опанувати формули, але й самостійно вивести їх, пояснити один одному та застосувати у задачах.

1. Мета уроку

Навчальна:

- сформувати розуміння формули n-го члена арифметичної прогресії та формули суми її перших n членів;
- виробити навички застосування формул до розв’язування задач;
- навчити учнів самостійно виводити формули на основі властивостей прогресії.

Розвивальна:

- розвивати аналітичне та логічне мислення;
- формувати вміння працювати в малих групах, аргументувати рішення, співпрацювати.

Виховна:

- виховувати відповідальність за спільний результат, взаємоповагу, культуру математичного спілкування.

2. Очікувані результати

Після уроку учні:

- знають формулу

$$a_n = a_1 + (n - 1)d,$$

- знають формулу

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2},$$

- можуть самостійно вивести формули;
- уміють працювати в групах;
- застосовують формули для розв’язання текстових і числових задач.

3. Обладнання

- картки із завданнями різних рівнів складності;

- папір А3, маркери;
- набір прикладних задач;
- презентація (за потреби).

4. Тип уроку

Урок засвоєння нових знань із елементами групового дослідження.

Хід уроку

Етап 1. Організаційний момент (1–2 хв.)

Учні об'єднуються у групи по 4–5 осіб. Учитель коротко нагадує правила роботи в малих групах (кожен говорить по черзі, поважає думку інших, усі члени групи відповідають за спільне завдання). Розподіляються ролі: «аналітик» (аналізує умову й формулює ідею розв'язання), «обчислювач» (відповідає за обчислення), «секретар» (фіксує розв'язання), «спікер» (презентує результат), «контролер логіки» (стежить, щоб розв'язання було послідовним і коректним). Такий розподіл ролей ґрунтується на принципах кооперативного навчання (індивідуальна відповідальність + позитивна взаємозалежність).

Етап 2. Мотивація та актуалізація опорних знань (5 хв.)

Учитель нагадує означення арифметичної прогресії, яке вивчалось раніше:

Числова послідовність називається арифметичною прогресією, якщо для будь-якого n виконується:

$$a_{n+1} - a_n = d = \text{const.}$$

Далі пропонується проблемна ситуація:

«Першого дня учень пробіг 600 м. Щодня він збільшує дистанцію на 50 м. Скільки він пробіжить на 20-й день? Який загальний шлях подолає за 20 днів?»

Учні спочатку усно пропонують варіанти: послідовне додавання; скласти окремі вирази; спробувати «стрибок» до 20-го дня. Учитель підводить до запитань:

- Чим схожі між собою значення щоденної дистанції?
- Чи можемо ми розглядати цю ситуацію як приклад арифметичної прогресії?
- Чи зручно обчислювати суму 20 членів «у лоб»?

Теоретичний акцент: учні мають усвідомити, що йдеться саме про послідовність із постійною різницею, отже це – арифметична прогресія, і природно постає потреба в загальній формулі.

Етап 3. Виведення формули n -го члена (8–10 хв.) – групове дослідження

Групам роздаються картки із завданням:

1. Запишіть перші 5 членів послідовності: 600, 650, 700, 750, ...
2. Обчисліть різницю d між сусідніми членами.
3. Запишіть вирази для a_2, a_3, a_4 через a_1 і d .
4. Спробуйте сформулювати загальну формулу для a_n .

Очікуваний хід міркувань (який при потребі м'яко скеровує вчитель):

$$a_1 = 600, a_2 = 600 + 50, a_3 = 600 + 2 \cdot 50, a_4 = 600 + 3 \cdot 50.$$

Учні помічають закономірність і роблять висновок:

$$a_n = 600 + (n - 1) \cdot 50.$$

Учитель узагальнює, що для будь-якої арифметичної прогресії з першим членом a_1 і різницею d справджується формула:

$$a_n = a_1 + (n - 1)d.$$

Для закріплення групам можна запропонувати ще один короткий приклад:
«Перший член прогресії дорівнює 3, різниця дорівнює 4. Запишіть формулу n -го члена і знайдіть a_{25} .»

Групи швидко обговорюють, секретарі фіксують відповідь, спікери за потреби озвучують.

Етап 4. Колективне виведення формули суми перших n членів (10 хв.)

Учні переходять до питання: як обчислити суму великої кількості членів прогресії. Учитель пропонує на аркуші А3 записати суму:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n.$$

Групам дається інструкція:

1. Запишіть суму ще раз у зворотному порядку.
2. Додайте ці два записи почленно.
3. Зробіть висновок про структуру суми.

Групи працюють з аналогом класичного «методу Гауса»:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n,$$

$$S_n = a_n + a_{n-1} + \dots + a_1.$$

При почленному додаванні:

$$2S_n = (a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + \dots + (a_n + a_1).$$

Учні доходять до того, що кожна пара дає одну й ту саму суму $a_1 + a_n$, а таких пар – n . Отже:

$$2S_n = n(a_1 + a_n), S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}.$$

Додатково групам можна запропонувати просте числове підтвердження: знайти суму $1 + 2 + \dots + 10$ як арифметичну прогресію й перевірити, що результат формули збігається з прямим додаванням.

Етап 5. Первинне закріплення (8 хв.)

На цьому етапі важливо не перевантажити учнів складними задачами, а дати можливість відпрацювати використання формул на різних типах завдань.

Приклади завдань для груп:

1. $a_1 = 7, d = 3$. Знайти a_{15} .

Учні застосовують формулу:

$$a_{15} = 7 + 14 \cdot 3.$$

$a_1 = 4$, $a_{10} = 31$. Знайти S_{10} .

Спершу знаходять d , потім:

$$S_{10} = \frac{10(4 + 31)}{2}.$$

Перший ряд в аудиторії отримав 5 завдань, кожний наступний ряд – на 2 завдання більше. Скільки завдань отримав 12-й ряд? (застосування формули a_n).

2. Знайти суму всіх натуральних чисел від 1 до 100, розглядаючи їх як арифметичну прогресію з $a_1 = 1$, $a_{100} = 100$, $n = 100$.

Групи розв'язують задачі, при цьому важливо, щоб спікер не лише «зачитував» відповідь, а коротко пояснював, яку саме формулу і чому було використано. Учитель акцентує, що в інтерактивному навчанні важлива не тільки правильність результату, а й здатність пояснити хід міркувань.

Етап 6. Рефлексія (3 хв.)

На завершення уроку учитель пропонує невелику письмову чи усну рефлексію у форматі «незакінчених речень» або короткого обговорення в групах:

- Сьогодні я зрозумів(ла), що формула n-го члена...
- Тепер я бачу формулу суми як...
- Найбільше мені допомогло, коли...
- У роботі групи мені сподобалось / було складно...

Етап 7. Домашнє завдання

Домашнє завдання може мати як тренувальний, так і частково дослідницький характер. Наприклад:

1. Розв'язати кілька задач на застосування формул n-го члена та суми:
 - знайти a_{50} для прогресії з $a_1 = 12$, $d = 4$;
 - знайти суму перших 80 членів прогресії 3, 8, 13,

2. Міні-дослідження: підготувати 2–3 приклади арифметичних прогресій із власного життя (навчання, спорт, хобі, фінанси) та коротко пояснити, яке саме «правило зростання» в них реалізується. Такий зміст домашнього завдання закріплює зв'язок між теорією й практикою і водночас готує матеріал для обговорення на наступному уроці.

3.3. Інтерактивне заняття «Прикладні задачі на геометричну прогресію»

Заняття з теми «Прикладні задачі на геометричну прогресію» побудоване на основі кейс-методу, який дозволяє створити ситуації, максимально наближені до реальних, та залучити учнів до аналітичної, дослідницької та творчої діяльності. Кейс-метод відповідає компетентнісній моделі навчання, адже сприяє розвитку математичного мислення, уміння приймати рішення, пояснювати свої висновки та працювати в команді. У контексті теми геометричної прогресії та її застосувань такий підхід особливо ефективний, оскільки сама природа процесів геометричного зростання (фінансові моделі, поширення інформації, накопичення, демографічні зміни) є практичною і легко моделюється у формі кейсів.

Мета заняття

Навчальна:

- сформувати в учнів здатність розпізнавати геометричну прогресію в реальних процесах;
- навчити будувати математичні моделі прикладних задач на основі формул

$$a_n = a_1 q^{n-1}, S_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \quad (q \neq 1);$$

- сформувати навички аналізу умов задачі, вибору способу розв'язання, інтерпретації отриманого результату.

Розвивальна:

- розвивати критичне мислення, уміння аналізувати дані та робити прогнози;

- формувати навички групової роботи, аргументації, комунікації;
- розвивати здатність обґрунтовувати моделі реальних процесів.

Виховна:

- формувати відповідальність за спільну діяльність;
- виховувати точність, наполегливість та науковий стиль мислення.

Вступно-мотиваційний етап заняття спрямований на актуалізацію життєвого досвіду учнів та формування внутрішньої потреби в опануванні математичної моделі, що описує реальні процеси, пов'язані зі зростанням або спаданням величин. Учитель починає роботу з організації фронтальної дискусії, під час якої пропонує учням пригадати, у яких сферах життя зустрічаються процеси мультиплікативної зміни — тобто ті, у яких кількість не додається на певну сталу величину, а збільшується у кілька разів або зменшується до певної частини.

Учні зазвичай наводять приклади зі свого досвіду або з відомих явищ:

- зростання банківських вкладів під складні відсотки;
- поступове зменшення ефективності або вартості техніки (амортизація);
- епідемічне або вірусне поширення інформації в соціальних мережах;
- зміна концентрації лікарських препаратів у крові (виведення);
- подвоєння популяцій мікроорганізмів;
- зменшення інтенсивності світла чи звуку при поширенні.

Учитель узагальнює відповіді, підкреслюючи, що всі ці процеси об'єднуює мультиплікативний характер зміни: величина кожного наступного «кроку» залежить не від сталого доданку, а від множення на один і той самий коефіцієнт. Саме ця особливість є ключовою для розуміння геометричної прогресії як математичної моделі.

Після цього учитель пропонує коротку мотиваційну історію-кейс, яка створює проблемну ситуацію й активізує пізнавальну діяльність:

«Вкладник поклав 1000 грн у банк під 10% щомісячних складних відсотків. Через скільки місяців його вклад подвоїться? Чи можна це визначити без покрокового множення?»

Учитель звертає увагу учнів на те, що проблема полягає не лише в обчисленнях, а в побудові моделі, яка дозволить робити прогнози. Учні пропонують різні підходи: послідовне множення на 1.1; складання таблиці; побудова графіка. На цьому етапі важливо зафіксувати навчальну суперечність: арифметичні інструменти тут неефективні, оскільки зміна відбувається не на “+10%”, а “×1.1” кожного разу.

Учитель акцентує ключову дидактичну ідею: Такі задачі природно приводять до поняття геометричної прогресії, оскільки описують процес, де кожний наступний стан отримується множенням попереднього на сталий коефіцієнт q .

Далі подається теоретичне підведення:

- процеси зростання під відсотки — це моделі виду

$$a_n = a_1 q^{n-1};$$

- процеси спадання (розклад речовини, амортизація, затухання) — це моделі з коефіцієнтом $0 < q < 1$;
- експоненційні процеси мають властивість прискорення або «повільного затухання», що неможливо описати арифметичними засобами.

Таким чином, учитель логічно переходить від мотиваційної реальної ситуації до математичного змісту уроку: необхідності опанувати моделі, що ґрунтуються на формулі геометричної прогресії. Учні усвідомлюють, що поняття геометричної прогресії не є штучним чи відірваним від життя, а має пряме застосування у фінансах, природничих науках та технологіях.

Основна частина – робота з кейсами (25–30 хв.)

Учні працюють у групах. Кожна група отримує кейс із реальною ситуацією, даними та набором запитань. Робота організована відповідно до принципів кейс-методу: аналіз ситуації, виділення змінних, побудова моделі, обчислення, інтерпретація результатів, формулювання рекомендацій.

Кейс 1. «Депозит із щомісячним приростом»

Умова: Громадянин поклав 8000 грн на депозит під 1.5% щомісячних складних відсотків. Банк нараховує відсотки щомісяця, додаючи їх до тіла вкладу.

Завдання групи:

1. Побудуйте модель суми вкладу через n місяців. *Теоретичний акцент:* учні формулюють, що щомісячне збільшення вкладу в 1.015 разів означає, що це геометрична прогресія зі знаменником $q = 1.015$.

$$a_n = 8000 \cdot 1.015^{n-1}.$$

2. Знайдіть суму вкладу через 6, 12 і 24 місяці.
3. Проаналізуйте: у якому відрізку часу вклад зростає повільніше, а коли – швидше? *Пояснення:* це демонструє поняття експоненціального прискорення.
4. Через скільки місяців вклад подвоїться?

Задача приводить до рівняння:

$$8000 \cdot 1.015^{n-1} = 16000.$$

Кейс 2. “Ефективність вакцини у популяції”

Умова: Після вакцинації ефективність імунітету зменшується щомісяця приблизно на 4%, тобто зберігається 96% попереднього рівня. Початковий рівень захисту — 0.95 (95%).

$$q = 0.96.$$

Завдання:

1. Модель:

$$a_n = 0.95 \cdot 0.96^{n-1}.$$

2. Визначте рівень захисту через 6, 12 і 18 місяців.

3. Знайдіть момент, коли ефективність зменшиться до 50%.
4. Поясніть обмеження моделі:
 - імунна відповідь не є рівномірною;
 - можливі «плато»;
 - вплив нових штамів.

Кейс 3. “Стійкість лісових насаджень” (екологія)

Умова: Щороку через шкідників та хвороби зникає **6%** певного виду дерев. Якщо на початку було **250 000 дерев**, модель убутку:

$$q = 0.94.$$

Завдання:

1. Модель чисельності:

$$a_n = 250000 \cdot 0.94^{n-1}.$$

2. Скільки дерев буде через 5, 10, 20 років?
3. Через скільки років чисельність зменшиться удвічі?
4. Змодельуйте вплив «порятункових заходів», якщо q зміниться до 0.97.

Кейс 5. “Цифрова архівація фотографій” (інформаційні технології)

Умова: При кожному перетворенні JPEG-файлу його якість знижується на 2%. Якщо початкова якість — 100%, що буде після багаторазового редагування?

$$q = 0.98.$$

Завдання:

1. Побудуйте модель:

$$a_n = 100 \cdot 0.98^{n-1}.$$

2. Якість після 10, 20 і 50 циклів.
3. Після скількох збережень якість впаде нижче 60%?
4. Чому експоненційна модель реалістична для *кодування*, але не завжди — для *відео*?

Рефлексивно-аналітичний етап (розгорнутий опис)

Рефлексивно-аналітичний етап заняття має на меті не лише підбиття підсумків виконаної роботи з кейсами, а й усвідомлення учнями сутності геометричної прогресії як математичної моделі реальних процесів, її можливостей та обмежень. На цьому етапі відбувається перехід від «розв'язування окремих задач» до осмислення того, *як і чому* геометрична прогресія працює (або не працює) як інструмент опису дійсності. Таким чином, рефлексія виконує функцію «метарівня» навчання: учні аналізують не лише результати, а й способи мислення, які вони застосовували.

Після роботи з кількома кейсами (екологічними, технічними, медичними, інформаційними тощо) учитель організовує загальне обговорення. Спочатку пропонується кілька запитань відкритого типу, які скеровують увагу учнів на сутнісні ознаки випадків, що розглядалися:

Чи однаково ви «відчули» геометричну прогресію у різних кейсах? У якому з них закономірність була найбільш очевидною, а в якому – прихованою?

Учні, як правило, відзначають, що у фінансових чи «відсоткових» прикладах (відсоток росту/спадання) геометричний характер зміни виглядає прозоро, тоді як у біологічних чи екологічних процесах часто доводиться «добудовувати» модель, роблячи певні припущення (наприклад, про сталість коефіцієнта q у часі).

Чому деякі процеси краще моделюються геометричною прогресією, ніж інші?

Це запитання підводить до важливого методичного висновку: геометрична прогресія добре описує ті процеси, де існує відносно сталий відсоток (частка) приросту або зменшення за рівні проміжки часу. Якщо ж у процесі є різкі зміни, переломні моменти, насичення, вплив зовнішніх факторів, модель геометричної прогресії працює лише на певному інтервалі або потребує модифікації.

Далі учитель спрямовує дискусію в бік критичного аналізу моделей:

У яких реальних ситуаціях модель на основі геометричної прогресії може давати суттєві похибки?

Учні на прикладах кейсів (наприклад, про енергоспоживання, стан лісів, ефективність вакцини) зазначають, що в довготривалій перспективі відсоток зміни не залишається сталим: з'являються обмежені ресурси, регуляторні заходи, зміни технологій, біологічні чи соціальні «стелі». Це дозволяє зробити висновок, що геометрична прогресія часто описує *початковий етап* процесу, але не завжди адекватна як модель «назавжди».

На завершення рефлексивного блоку учитель пропонує вийти на питання практичної доцільності математичного моделювання: *Чи можуть розглянуті моделі реально допомагати ухвалювати рішення (у сфері інвестицій, екології, медицини, техніки)? Якщо так, то за яких умов?*

Учні доходять до висновку, що математичні моделі, засновані на геометричній прогресії, дозволяють:

- прогнозувати приблизні масштаби явищ (навантаження на мережі, обсяг відходів, тривалість дії препарату);
- оцінювати ризики (наприклад, швидкість поширення негативних трендів чи деградації ресурсів);
- порівнювати сценарії (як зміниться процес при різних значеннях q).

Водночас вони підкреслюють, що такі моделі не замінюють експериментів, спостережень і фахових рішень, а лише надають орієнтовну «рамку» для мислення.

Учитель підсумовує обговорення, роблячи наголос на ключовій методичній ідеї: математична модель завжди є спрощеним описом реальності. Вона свідомо ігнорує частину факторів, щоб зосередитись на найсуттєвіших. Геометрична прогресія у цьому контексті виступає зручною та потужною моделлю мультиплікативних процесів, але коректність її застосування залежить від усвідомлення *меж її придатності*. Саме на рефлексивно-аналітичному етапі учні вчаться не тільки «підставляти у

формулу», а й ставити запитання: «Чи доречна тут ця модель?», «На який період часу вона працює?», «Що відбувається, коли умови змінюються?».

4. Домашнє завдання (розширене)

Створити власний авторський кейс, що відповідає вимогам:

- реальна ситуація;
- дані для побудови прогресії;
- 3–5 запитань різних рівнів;
- коротка інтерпретація результатів (1–2 речення).

3.4. Теоретичне обґрунтування прогностичної ефективності розроблених методик

Прогностична ефективність розроблених інтерактивних методик навчання теми «Послідовності та прогресії» ґрунтується на низці теоретичних положень сучасної дидактики, які підтверджують здатність інтерактивних технологій забезпечувати не лише засвоєння навчального матеріалу, а й формування стійких умінь застосовувати математичні моделі у нових ситуаціях. Це дозволяє стверджувати, що впровадження запропонованих методик має позитивно вплинути на рівень математичної компетентності учнів, зокрема в аспектах аналізу, моделювання, аргументації та рефлексії.

Першою теоретичною засадою є положення когнітивної теорії навчання (Дж. Брунер, А. Ньюелл, Г. Саймон), згідно з якою розуміння закономірностей формується через активну побудову знань, а не через пасивне засвоєння готових формул. Інтерактивні методи — такі як кейс-метод, групове дослідження, «Навчання спільно» — створюють умови для аналізу ситуацій, висування гіпотез, обговорення варіантів рішень і доказів. Це сприяє переходу учнів від репродуктивного рівня діяльності до конструктивного та творчого, а отже — забезпечує глибше, структуроване та тривале засвоєння математичних понять.

Другою підставою є теорія діяльнісного підходу (Л. Виготський, О. Леонтьєв, П. Гальперін), відповідно до якої навчання стає ефективним тоді, коли учень включений у цілісну систему навчальних дій: постановку проблеми, планування, вибір засобів, виконання, контроль та рефлексію. Розроблені методики інтерактивного навчання послідовно реалізують це кільце діяльності: учні не лише обчислюють за формулами, а й самостійно будують моделі реальних процесів, аналізують параметри прогресій, порівнюють альтернативні варіанти та оцінюють точність математичних моделей. Така структура діяльності формує стійкі навички перенесення знань, що є ключовою характеристикою прогностичної ефективності методики.

Третьою теоретичною основою є компетентнісний підхід, який визначає головною метою навчання не засвоєння окремих фактів, а формування здатності використовувати знання у практичних і нових ситуаціях. Розроблені кейси, індивідуальні картки, групові завдання та оцінювальні матеріали побудовані таким чином, що вимагають від учнів аналізувати прикладні контексти (фінансові, екологічні, технічні), будувати математичні моделі, інтерпретувати результати та робити висновки. Уміння переносити способи діяльності між різними типами завдань забезпечує формування предметної математичної компетентності та елементів критичного мислення, які, згідно зі стандартами НУШ, є показниками результативності навчання.

Четвертим важливим чинником є теорія соціального конструктивізму (Л. Виготський, Дж. Лейв, Е. Венгер), що стверджує: навчання ефективніше відбувається у взаємодії та співпраці. Технологія «Навчання спільно» та групова робота в кейс-методі передбачають спільне конструювання розуміння, «внутрішнє проговорювання» матеріалу, уточнення понять і взаємну корекцію помилок. Це сприяє не лише засвоєнню формул прогресій, а й розвитку комунікативної компетентності, формуванню відповідальності за спільний результат та розвитку навичок математичної

аргументації — ключових передумов для успішного опанування складніших математичних тем.

П'ятою теоретичною складовою є модель поетапного формування розумових дій (П. Гальперін). Відповідно до неї, засвоєння математичного матеріалу відбувається поступово: від орієнтувальної основи через матеріалізовані дії (схеми, таблиці, графіки) до мисленнєвих операцій. Розроблені методики враховують цю структуру: спочатку учні працюють із конкретними числовими прикладами, далі — з абстрактними формулами, а згодом — із прикладними задачами, де необхідно самостійно виділити параметри прогресії. Така послідовність забезпечує стійкість знань і прогнозовано позитивно впливає на рівень успішності.

Шостим аргументом на користь прогностичної ефективності є системність оцінювання. Створені індивідуальні картки, групові критерії, рубрики та рефлексивні завдання дозволяють здійснювати багаторівневу діагностику: змістову, процесуальну та метакогнітивну. Систематичний моніторинг дозволяє вчасно виявляти типові помилки, компенсувати прогалини та коригувати навчальний процес, що підвищує ймовірність досягнення запланованих результатів.

Отже, теоретичний аналіз свідчить, що розроблені інтерактивні методики мають високу прогностичну ефективність, оскільки спираються на підтверджені дидактичні концепції, враховують особливості засвоєння математичного матеріалу, реалізують діяльнісний і компетентнісний підходи, забезпечують системну підтримку й оцінювання навчальних досягнень. У сукупності це дозволяє очікувати стабільного підвищення якості знань учнів з теми «Послідовності та прогресії» та формування в них здатності застосовувати математичні моделі в реальних і навчальних ситуаціях.

Висновок

У ході проведеного дослідження було здійснено комплексний теоретико-методичний аналіз проблеми використання інтерактивних методів під час вивчення теми «Послідовності та прогресії» у курсі математики основної школи. Результати роботи підтвердили, що зазначена тема є однією з фундаментальних у шкільному курсі алгебри, адже вона забезпечує формування в учнів здатності описувати, аналізувати та моделювати реальні процеси, пов'язані з рівномірним та пропорційним зростанням або спаданням величин. У сучасних умовах реформування освіти, коли перед школою стоїть завдання формувати математичну, інформаційну, комунікативну та дослідницьку компетентності, традиційні підходи до вивчення прогресій потребують оновлення й доповнення інноваційними методичними рішеннями.

На основі проведеного аналізу наукової літератури, чинних навчальних програм, підручників та сучасних педагогічних підходів було встановлено, що інтерактивні методи навчання мають значний потенціал для підвищення ефективності опанування теми «Послідовності та прогресії». Вони забезпечують активну позицію учня у навчальному процесі, сприяють розвитку вміння будувати математичні моделі, формувати гіпотези, аналізувати дані, робити висновки та застосовувати математичні знання в реальних ситуаціях. Зокрема, кейс-метод, метод навчання у співпраці, групові дослідження, мікропроекти та інші інтерактивні технології дозволяють не лише освоїти формули прогресій, але й усвідомити їх практичний зміст.

У роботі було обґрунтовано критерії відбору інтерактивних методів для цієї теми: відповідність логіко-дидактичній структурі матеріалу, здатність забезпечувати діяльнісний характер навчання, підтримка розвитку критичного й аналітичного мислення, можливість організації групових форм роботи та включення учнів до розв'язання прикладних задач. Визначено їх дидактичний потенціал, включно з можливостями формування

ключових компетентностей, мотивації до навчання та поглиблення розуміння математичних моделей.

Список використаних джерел

1. Биков В. Ю. Цифрова трансформація освіти і науки: теоретико-методологічні засади // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2021. – № 5 (85). – С. 1–15.
2. Морзе Н. В., Барна О. В., Вембер В. П. Компетентнісний підхід до навчання математики в умовах цифровізації освіти // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2021. – Т. 82, № 2. – С. 1–17.
3. Спірін О. М. Інтерактивні освітні технології у підготовці та професійній діяльності вчителя // Педагогічна освіта: теорія і практика. – 2022. – № 32. – С. 9–18.
4. Семеріков С. О., Стрюк А. М. Методичні аспекти використання інтерактивних технологій у навчанні математики // Фізико-математична освіта. – 2022. – № 1 (31). – С. 52–58.
5. Крамаренко Т. Г. Сучасні підходи до організації інтерактивного навчання математики в закладах загальної середньої освіти // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 3. Фізика і математика. – 2023. – Вип. 24. – С. 78–85.
6. Васильєва Д. В. Групові та кооперативні форми навчання як засіб активізації пізнавальної діяльності учнів на уроках математики // Педагогічний альманах. – 2023. – № 59. – С. 112–118.
7. Міністерство освіти і науки України. Державний стандарт базової середньої освіти : затв. постановою Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898. – Київ, 2020. – 64 с.
8. Міністерство освіти і науки України. Концепція розвитку цифрової компетентності громадян України. – Київ, 2021. – 20 с.
9. OECD. Innovating Education and Educating for Innovation: The Power of Digital Technologies and Skills. – Paris : OECD Publishing, 2021. – 162 p.
10. OECD. An Evolution of Mathematics Curriculum. – Paris : OECD Publishing, 2024. – 98 p.

11. National Council of Teachers of Mathematics. Catalyzing Change in Middle School Mathematics: Initiating Critical Conversations. – Reston, VA : NCTM, 2021. – 152 p.
12. Cheung A. C. K., Slavin R. E. The effectiveness of educational technology applications for enhancing mathematics achievement in K–12 classrooms // Educational Research Review. – 2019. – Vol. 27. – P. 100–113.
13. Rakes C. R., Valentine K., McGatha A. Meta-analysis of technology use in mathematics education // Educational Technology Research and Development. – 2020. – Vol. 68. – P. 2369–2392.