

Міністерство освіти і науки України

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

Кафедра математики та економіки

«До захисту допускаю»

завідувач кафедри математики та економіки,

кандидат пед. наук, доцент

_____Тарас ВІЙЧУК

«__» _____2025 р.

Методичні підходи вивчення натуральних чисел в курсі математики 5-6 класів в умовах НУШ

Спеціальність 014 «Середня освіта (Математика)»

Магістерська робота

на здобуття кваліфікації – магістр середньої освіти. Вчитель математики,
вчитель інформатики.

Автор роботи: Мартинишин Галина Василівна_____

підпис

Науковий керівник: кандидат педагогічних наук, доцент

Гордієнко Ірина Валеріївна _____

підпис

Дрогобич, 2025

Захист магістерської роботи

*Методичні підходи вивчення натуральних чисел в курсі математики 5-6 класів
в умовах НУШ*

Оцінка за стобальною шкалою: _____

Оцінка за національною чотирибальною шкалою: _____

Коротка мотивація захисту:

[illegible]

дата

Голова ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Секретар ЕК _____

підпис

прізвище, ім'я

Анотація

Мартинишин Г.В. Методичні підходи вивчення натуральних чисел в курсі математики 5-6 класів в умовах НУШ – Рукопис. – 50 с.

Охарактеризовано навчання математики у 5-6 класах в умовах НУШ. Розкрито теоретичні відомості про натуральні числа та історія їх виникнення. Здійснено порівняльний аналіз модельних програм з математики для 5–6 класів (НУШ): акценти для теми «Натуральні числа». Викладено методичні особливості навчання учнів 5 класу теми «Натуральні числа». Описано застосування традиційних та інноваційних методів на уроках математики для учнів 5–6 класів з теми «Натуральні числа».

Ключові слова і фрази: Нова Українська Школа, математика, натуральні числа, інноваційні методи.

Annotation

Martynyshyn G.V. Methodological approaches to studying natural numbers in the mathematics course for grades 5-6 in the conditions of the National Secondary School – Manuscript. – 50 p.

The teaching of mathematics in grades 5-6 in the conditions of the National Secondary School is characterized. Theoretical information about natural numbers and the history of their emergence is disclosed. A comparative analysis of model mathematics programs for grades 5–6 (National Secondary School) is carried out: accents for the topic “Natural numbers”. Methodological features of teaching 5th grade students the topic “Natural numbers” are outlined. The use of traditional and innovative methods in mathematics lessons for students of grades 5–6 on the topic “Natural numbers” is described.

Keywords and phrases: New Ukrainian School, mathematics, natural numbers, innovative methods.

З м і с т

Вступ.....	5
Розділ 1. Теоретичні основи дослідження	7
1.1. Навчання математики у 5-6 класах в умовах НУШ.....	7
1.2. Теоретичні відомості про натуральні числа та історія їх виникнення.....	12
Розділ 2. Методика вивчення натуральних чисел.....	15
2.1. Порівняльний аналіз модельних програм з математики для 5–6 класів (НУШ): акценти для теми «Натуральні числа».....	15
2.2. Методичні особливості навчання учнів 5 класу теми «Натуральні числа».....	18
2.3. Застосування традиційних та інноваційних методів на уроках математики для учнів 5–6 класів з теми «Натуральні числа».....	23
Висновки	29
Список використаних джерел.....	31
ДОДАТКИ.....	34

ВСТУП

Число становить фундаментальну основу математичної науки, а його виникнення безпосередньо пов'язане з практичною потребою людини здійснювати лічбу предметів. Поняття натурального числа бере свій початок ще з доісторичних часів, і його еволюція супроводжувала людство впродовж усієї історії розвитку математичних знань. Важливим етапом цього процесу стало усвідомлення властивості нескінченності натурального ряду, що виявляється у потенційній можливості його необмеженого продовження.

Ідея нескінченності натурального ряду знайшла відображення в працях видатних математиків античності. Зокрема, у «Началах» Евкліда (III ст. до н.е.) було доведено нескінченність множини простих чисел. Архімед, у творі «Псамміт», сформулював принципи для систематичного позначення великих чисел, у тому числі таких, що перевищують кількість піщинок, які, за його словами, могли б заповнити весь світ.

Актуальність дослідження питань, пов'язаних з вивченням натуральних чисел та арифметичних дій над ними, зумовлена тим, що ці поняття становлять одну з провідних змістових ліній шкільного курсу математики. Саме натуральні числа є основою для подальшого засвоєння складніших математичних конструкцій і забезпечують поступове входження учнів у систему формалізованих математичних знань.

Питання становлення, розвитку та методики вивчення натуральних чисел і арифметичних дій над ними посідають значне місце в історії педагогічної та математичної думки. У дослідженні цих аспектів зробили вагомий внесок такі науковці, як: А. М. Алексюк, Ю. К. Бабанський, М. І. Башмаков, Г. П. Бевз, В. М. Брадїс, Г. М. Возняк, Г. М. Литвиненко, М. П. Маланюк, Г. Кантор, Дж. Пеано, Дж. фон Нейман та інші. Їхні праці стали теоретичною основою для вдосконалення змісту і методів навчання математики на різних етапах загальної середньої освіти.

Особлива увага приділяється розробці методичних підходів до вивчення натуральних чисел, оскільки саме з цієї теми починається знайомство учнів із систематичним курсом математики. Ефективність засвоєння змісту цієї теми

значною мірою визначає успішність подальшого навчання, формування логіко-математичного мислення, здатності до узагальнення та аргументації.

На основі аналізу актуальних проблем, пов'язаних із засвоєнням учнями знань про натуральні числа і дії над ними, було сформульовано тему магістерської роботи: **«Методика вивчення натуральних чисел в курсі математики 5-6 класів».**

Мета дослідження. Здійснити теоретико-методичний аналіз особливостей вивчення натуральних чисел у шкільному курсі математики та обґрунтувати ефективні педагогічні стратегії, спрямовані на оптимізацію процесу їх засвоєння.

Об'єкт дослідження – процес навчання понять про натуральні числа у закладах загальної середньої освіти.

Предмет дослідження – методичні засади викладання теми «Натуральні числа та дії з ними» в основній школі.

Гіпотеза дослідження. Передбачається, що удосконалення методики вивчення натуральних чисел та дій над ними в контексті сучасних освітніх технологій і вимог НУШ сприятиме підвищенню ефективності засвоєння ключових математичних понять, формуванню необхідних умінь і навичок, а також розвитку пізнавальної активності учнів.

Завдання дослідження:

1. Провести аналіз психолого-педагогічної, методичної та навчальної літератури з теми дослідження;
2. Визначити чинники, що впливають на активізацію пізнавальної діяльності школярів у процесі опанування зазначеної теми;
3. Розробити та апробувати ефективні методичні прийоми і засоби навчання, спрямовані на формування узагальнених уявлень про натуральні числа;
4. Обґрунтувати рекомендації для практичного використання у педагогічній діяльності.

Розділ 1. Теоретичні основи дослідження

1.1. Навчання математики у 5-6 класах в умовах НУШ

Характерною рисою навчального курсу математики у 5–6 класах є його пропедевтична спрямованість. Саме на цьому етапі відбувається поступовий перехід від образно-інтуїтивного засвоєння математичних понять, притаманного початковій школі, до логічно-структурованого й теоретичного вивчення алгебри та геометрії в середніх класах. У рамках арифметичної змістової лінії знання учнів не лише поглиблюються, а й систематизуються та узагальнюються.

Перші уявлення про алгебраїчні поняття сприяють ознайомленню школярів з математичною мовою, символами та способами алгебраїчного вираження. Елементи геометрії, що вводяться на цьому етапі, закладають основи для розуміння логічно послідовних міркувань і доведень. Математичне навчання в 5–6 класах базується переважно на індуктивному підході та наочно-інтуїтивному сприйнятті, широко залучаючи приклади з повсякденного життя та практичного досвіду учнів.

Зі збільшенням кількості теоретичних тверджень зростає потреба в їх поясненні та аргументації, що формує підґрунтя для подальшого використання дедуктивного методу в навчальному процесі. У контексті реалізації концепції Нової української школи (НУШ) [10] математика в 5–6 класах викладається з орієнтацією на інноваційні підходи як до змістового наповнення, так і до організації навчальної діяльності учнів, із використанням сучасних методів та форм навчання.

Одним із важливих нововведень у межах реформи Нової української школи стало впровадження модельних навчальних програм. Ці програми створюються провідними методистами на основі положень Державного стандарту базової середньої освіти й слугують орієнтиром для організації навчального процесу. У документі визначено логічну послідовність формування очікуваних результатів навчання, окреслено зміст предмета, а також рекомендовано види навчальної діяльності, доцільні для застосування в освітньому середовищі.

Модельна програма задає чітку структуру навчання, яка дозволяє учням поступово формувати необхідні компетентності: опановувати нові знання,

удосконалювати практичні навички та розвивати особисте ставлення до предмета й навчальної діяльності загалом.

У своїй модельній навчальній програмі [12] Д. Васильєва акцентує увагу на тому, що зміст і структура курсу математики для 5–6 класів мають відповідати ключовим засадам реформування освіти, закладеним у концепції НУШ. Зокрема, авторка підкреслює такі основні принципи:

- спирання на сформовані в учнів початкової школи математичні компетентності та забезпечення спадкоємності в навчанні;
- цілеспрямоване і систематичне повторення вже вивченого матеріалу для кращого його засвоєння;
- інтеграція міжпредметних зв'язків і орієнтація на практичне застосування математичних знань;
- урахування актуальних тенденцій розвитку математичної освіти;
- створення умов для гнучкого поєднання різноманітних форм і методів організації навчальної діяльності.

Одним із ключових принципів побудови змісту курсу математики для 5–6 класів є забезпечення безперервності математичної освіти. Це означає, що під час укладання модельних навчальних програм автори враховували рівень сформованості предметних компетентностей, які учні набули в початковій школі.

Так, зокрема, у початковій ланці було запроваджено нову змістову лінію «Робота з даними», яка передбачає ознайомлення школярів із простими видами подання інформації. Учні вже вміють орієнтуватися в елементарних таблицях, інтерпретувати лінійні діаграми та застосовувати інформацію з них для розв'язання прикладних задач. У середній школі ці вміння не лише зберігаються, а й розвиваються: учні продовжують працювати з графічними способами подання даних, зокрема зі стовпчастими та круговими діаграмами, при цьому переходять від читання до самостійної побудови та аналізу таких діаграм.

У початковій школі в межах опрацювання змістової лінії «Геометричні фігури» учні набувають базових навичок розпізнавання та класифікації як плоских, так і тривимірних об'єктів. Серед просторових фігур, з якими ознайомлюються

молодші школярі, – конус, циліндр, піраміда, куля, прямокутний паралелепіпед і куб. Така підготовка створює підґрунтя для подальшого розвитку геометричних уявлень у середній школі.

У 5–6 класах доцільно розширити роботу з просторовими формами, поглиблюючи розуміння зв'язку між об'ємними фігурами та їх площинними проєкціями. Це дозволяє продовжити реалізацію фузійоністського підходу, що передбачає інтеграцію різних рівнів просторового мислення. Особливо ефективними є вправи, у яких учні аналізують просторові об'єкти через призму їхніх плоских складових – наприклад, знаходять форму граней чи будують розгортки геометричних тіл.

У концепції Нової української школи очікувані результати навчання для учнів 5–6 класів передбачають не лише засвоєння знань, формування умінь і навичок, а й розвиток уявлень про певні математичні поняття. Такий підхід є особливо важливим у контексті забезпечення міжпредметної інтеграції. У випадках, коли певне поняття ще не може бути повністю теоретично обґрунтоване в курсі математики, але його розуміння необхідне для вивчення інших навчальних дисциплін, доцільним є його пропедевтичне введення. Це дозволяє сформувати в учнів початкове уявлення, яке згодом буде поглиблюватися.

Усі модельні навчальні програми передбачають поступове формування таких уявлень, як робота з діаграмами, поняття масштабу, координатної площини, середнього арифметичного. Крім того, більшість авторських програм пропонують ознайомлення з елементами комбінаторики та основами теорії ймовірностей, зокрема — поняттям випадкової події та її ймовірності. У програмі [18] додатково запропоновано ознайомити учнів із поняттями симетрії та стандартного вигляду числа.

Кожне з перелічених понять інтегрується в навчальний курс у логічно вмотивований спосіб, із дотриманням внутрішньопредметної послідовності. Наприклад, введенню поняття стандартного запису числа в темі «Числові вирази» наприкінці 6 класу передують ознайомлення з підтемами «Квадрат і куб натурального числа» та «Степінь числа з натуральним показником» у 5 класі, а також вивчення від'ємних чисел і запису дробів у вигляді степенів з від'ємним показником у 6 класі.

Сучасні тенденції в українській системі освіти зумовлені як динамічним розвитком технологій, так і складними викликами сьогодення, зокрема пандемією COVID-19 та воєнними діями в Україні. Ці обставини спричинили перегляд традиційних підходів до навчання і актуалізували нові формати організації освітнього процесу. Серед найпомітніших освітніх трендів варто відзначити: цифровізацію, мікронавчання, візуалізацію, інтерактивне та змішане навчання, STEAM-освіту, гейміфікацію, імерсивне навчання, використання штучного інтелекту та пріоритизацію змісту освіти [23].

Попри те, що цифровізація виділяється як окрема тенденція, більшість сучасних підходів до навчання тісно пов'язані з використанням цифрових інструментів. Так, у дослідженні О. Струтинської та М. Умрик докладно проаналізовано технологічне підґрунтя таких напрямів, як дистанційне та онлайн-навчання, змішане навчання, безперервна освіта, мобільне навчання, застосування віртуальної, доповненої та змішаної реальності (VR / AR / MR), хмарних технологій, робототехніки, 3D-моделювання, програмування для дітей, а також розвиток STEM-освіти.

У нинішніх умовах, коли дистанційне навчання відіграє провідну роль, більшість означених трендів можуть бути ефективно впроваджені в освітній процес, зокрема під час викладання математики у 5–6 класах. Деякі з них уже частково реалізовані в нових навчальних посібниках для 5 класу. Наприклад, принцип мікронавчання проявляється у суттєвому скороченні теоретичного матеріалу: окремі підручники подають новий зміст у формі коротких, чітко структурованих фрагментів. У підручнику С. Скворцової [22] традиційна структура з параграфами взагалі відсутня — учні знайомляться з новими поняттями шляхом розв'язання проблемних ситуацій або логічно побудованих задач.

Значна частина нових навчальних видань також використовує цифрові елементи — зокрема, QR-коди або гіперпосилання на онлайн-ресурси з інтерактивними вправами. У підручнику авторів Бевз, наприклад, пропонуються завдання, що спонукають школярів звернутися до зовнішніх ресурсів, таких як Number-line, Geoboard та інші, що сприяють розвитку просторового мислення, унаочнення понять і підвищенню мотивації до навчання.

Серед актуальних напрямів розвитку компетентнісно орієнтованої математичної освіти Д. Васильєва [12] виокремлює важливість інтеграції зарубіжного досвіду, зокрема врахування підходів, реалізованих у рамках міжнародного моніторингового дослідження PISA. Одним із ефективних способів упровадження цього напрямку в шкільну практику є впровадження задач прикладного змісту, які вимагають застосування знань у реальних життєвих ситуаціях.

У сучасних навчальних посібниках це реалізується передусім через систему задач. Так, наприкінці вивчення окремих розділів підручника М. Беденко запропоновано «Уроки-практикуми», які включають комплексні багатоступеневі задачі, що моделюють практичні ситуації. Одним із прикладів такої роботи є завдання, присвячене найбільшому у світі електричному порому, що курсує фіордом біля норвезького міста Осло. Задача складається з десяти взаємопов'язаних пунктів, що поступово ускладнюються.

Перші завдання орієнтовані на виконання базових арифметичних дій, зокрема обчислення довжини порому в сантиметрах. У подальших пунктах учні переходять до складніших розрахунків, зокрема визначення економії часу та коштів у разі користування поромом у порівнянні з автомобільним маршрутом. Для цього потрібно виміряти відстань за картою, застосувати масштаб, здійснити переведення з одних одиниць вимірювання в інші. У завершальних пунктах школярі мають виконати валютні обчислення, наприклад, конвертувати норвезькі крони в гривні для оцінки вигоди поїздки з позиції українського туриста.

Такі завдання сприяють розвитку критичного мислення, умінь працювати з інформацією, аналізувати й узагальнювати дані, а також забезпечують міжпредметну інтеграцію та актуалізують реальні контексти використання математики.

Застосування задач у форматі, повністю або частково відповідному міжнародним стандартам PISA, сприяє якісному забезпеченню практичної орієнтації навчання математики на рівні світових вимог. Як підкреслюють автори модельної програми [12], важливо, щоб задачний матеріал відзначався не лише тематичною актуальністю, а й методологічною різноманітністю. Зокрема, це

стосується застосування розгалужених задач, завдань з надлишком або нестачею інформації, а також таких, які передбачають командну роботу учнів.

Саме така динамічність і практична спрямованість є ключовими ознаками нових навчальних програм і підручників, що відрізняють їх від більш традиційних, консервативних підходів минулого.

Різноманітність форм навчальної діяльності є одним із ключових трендів, які запроваджені вітчизняною освітою в рамках реформи Нової української школи. Цей напрямок зумовлений зміною стратегічних цілей освіти, згідно з якими випускник НУШ повинен опанувати низку компетентностей: вміння виявляти проблему, аналізувати інформацію, обґрунтовувати власний вибір чи рішення, критично оцінювати дані, генерувати творчі підходи до розв'язання задач, здійснювати дослідницьку діяльність, ефективно працювати в команді, а також планувати свою діяльність.

Формування кожної з цих навичок можливе лише за умов створення відповідного освітнього середовища, що передбачає активне залучення учнів до різноманітних видів навчальної діяльності. Саме тому розширення спектру форм і методів роботи з учнями стає необхідною складовою сучасного навчального процесу.

Насамперед у курсі математики для 5–6 класів НУШ слід значно розширити застосування інтерактивних форм роботи, зокрема парної та групової взаємодії. Варто зазначити, що учні, які навчалися у початковій школі за програмами НУШ, уже знайомі з такими формами навчання, вони звикли до них, тому перехід у базову школу не повинен призводити до їх припинення. Завдання вчителя 5 класу — підтримати цю практику, розвивати сформовані комунікативні навички учнів і застосовувати їх для розв'язання більш складних навчальних завдань.

У деяких сучасних підручниках для 5 класу передбачені завдання, які рекомендується виконувати в парах або групах, що сприяє розвитку командної роботи.

1.2. Теоретичні відомості про натуральні числа та історія їх виникнення

Поняття числа — одне з найдавніших у людській історії. Історично першими виникли саме натуральні числа, оскільки вони задовольняли базову потребу

людини — рахувати предмети та визначати їх кількість. На ранніх етапах розвитку людства ці числа мали винятково прикладне значення: вони використовувалися для обліку здобичі, товарів, людей у племені тощо. Згодом натуральні числа набули глибшого смислу й перетворилися на абстрактні математичні об'єкти.

Натуральними числами в сучасній математиці прийнято вважати елементи нескінченної впорядкованої множини, яка позначається символом $\mathbb{N}$. Традиційно $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$, хоча в деяких математичних підходах до неї також включають нуль, особливо в контексті теорії множин або інформатики, де $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$. Незалежно від того, включено нуль чи ні, натуральні числа мають фундаментальні властивості: вони нескінченні, впорядковані, дискретні та замкнені щодо операцій додавання і множення.

Історія виникнення натуральних чисел охоплює кілька тисячоліть і тісно пов'язана з еволюцією культури, писемності та науки. Одними з найдавніших свідчень використання чисел є археологічні знахідки, зокрема кістка Ішанго (приблизно 20 000 років до н.е.), на якій нанесено послідовності зарубок, що свідчать про використання рахунку. У стародавніх цивілізаціях Месопотамії, Єгипту, Індії, Китаю та Центральної Америки сформувалися перші системи числення. Вони ґрунтувалися на використанні спеціальних символів для чисел і мали як адитивні (єгипетська система), так і позиційні (вавилонська, індійська) ознаки. Наприклад, вавилоняни використовували шістдесяткову систему, в якій деякі елементи збереглися до сьогодні у вимірюванні часу (60 секунд, 60 хвилин) та кутів (360 градусів).

Окремої уваги заслуговує внесок індійської математичної школи. Саме індійські математики близько VI століття н.е. розробили десяткову позиційну систему числення, в якій використовувався нуль не лише як символ, але і як повноцінне числове поняття. Ця система була прийнята та поширена арабськими математиками, такими як Аль-Хорезмі, й у подальшому проникла в Європу, де поступово витіснила римську систему чисел. Так почалося формування сучасної арифметики, основою якої стали операції з натуральними числами.

У філософсько-математичному плані спроби дати строге визначення натуральним числам були здійснені лише у XIX столітті. Особливої уваги набули роботи Джузеппе Пеано, який у 1889 році сформулював систему аксіом, що

формально описують натуральні числа. Відомі як аксіоми Пеано, вони визначають наступні принципи:

1. Існує перше натуральне число (зазвичай 0 або 1);
2. Кожне натуральне число має свого єдиного наступника;
3. Жодне число не є наступником нуля (якщо нуль включено);
4. Якщо певна властивість справджується для першого числа і зберігається для кожного наступного, то вона справджується для всіх натуральних чисел (*принцип математичної індукції*).

Ці аксіоми стали фундаментом для формальної арифметики, теорії чисел і логіки. Сьогодні натуральні числа розглядаються як ключові об'єкти у дискретній математиці, теорії алгоритмів, інформатиці, теорії множин та математичній логіці. Через свою впорядкованість і нескінченність вони застосовуються при побудові різних моделей числових структур, розв'язанні комбінаторних задач, формалізації понять кратності, подільності, простих і складених чисел.

У методиці навчання математики натуральні числа вивчаються з перших класів школи і відіграють ключову роль у формуванні початкових уявлень про число, величину, арифметичні дії та логічні зв'язки між об'єктами. Вивчення натуральних чисел формує у дітей основи логічного мислення, вміння робити узагальнення, будувати висновки, аргументувати свої дії, розвивати алгоритмічне та абстрактне мислення. Саме з розуміння сутності натурального числа починається шлях школяра до вищої математики.

Отже, натуральні числа мають як глибоке історико-культурне коріння, так і суттєве теоретичне та прикладне значення. Вони є не лише першим кроком у вивченні чисел, але й основою математичної освіти та наукового пізнання загалом. Їхнє розуміння — це фундамент, без якого неможливо побудувати цілісну систему математичних знань.

Розділ 2. Методика вивчення натуральних чисел

2.1. Порівняльний аналіз модельних програм з математики для 5–6 класів (НУШ): акценти для теми «Натуральні числа»

Аналіз чинних модельних навчальних програм з математики для 5–6 класів, розроблених у межах реалізації Концепції «Нова українська школа» (затверджених МОН України у 2021–2022 рр.) [10], засвідчує наявність певних відмінностей у структурі, формулюванні та деталізації очікуваних результатів навчання з теми «Натуральні числа».

У програмах О. Скворцової та Н. Тарасенкової особливу увагу приділено поступовому формуванню поняття натурального числа, чіткому розмежуванню змістових ліній та інтеграції завдань із розвитком логічного мислення учнів. Значна частина очікуваних результатів (наприклад, М1.1, М1.2, М1.3) пов'язана з умінням виконувати арифметичні дії та інтерпретувати їх у практичних ситуаціях, що відповідає компетентнісному підходу [17].

Модельна програма Л. Радченко та Л. Зайцевої пропонує більш концентровану подачу матеріалу, орієнтовану на базові алгоритми обчислень і розв'язування типових задач. Хоча ця програма містить менше окремих кодів результатів (М1.1, М1.4, М1.5, М2.1), вона чітко фокусується на формуванні обчислювальної культури, що відповідає традиційній дидактичній логіці, але з елементами сучасних методів подання матеріалу [18].

Програма під керівництвом Л. Василюшина демонструє інтегрований підхід, коли вивчення натуральних чисел поєднується з розвитком інформаційно-цифрової компетентності, зокрема, шляхом використання цифрових інструментів для перевірки обчислень та моделювання математичних ситуацій. Очікувані результати (М1.2, М1.3, М2.1, М2.2) підкреслюють важливість як обчислювальних навичок, так і вміння інтерпретувати числову інформацію в різних контекстах [13].

У програмі С. Мерзляка та співавторів простежується збереження академічно орієнтованої традиції, у якій важливе місце відводиться формальному засвоєнню понять і алгоритмів, при цьому інтеграція прикладних задач та компетентнісного

підходу здійснюється через контекстні завдання. Коди результатів (M1.1, M1.2, M1.5, M2.1) відображають баланс між знаннєвим та прикладним аспектами [14].

Модельна програма А. Істера вирізняється системним та поетапним підходом до вивчення натуральних чисел, з акцентом на міжтемну узгодженість і зв'язок з попереднім (початковим) та наступним (7 клас) змістом навчання. Автор приділяє значну увагу роботі з множинами чисел, історичним аспектам розвитку поняття числа та обґрунтуванню алгоритмів арифметичних дій. Очікувані результати (M1.1, M1.2, M1.3, M1.4, M2.1) охоплюють як формування міцних обчислювальних умінь, так і розвиток уміння здійснювати математичні міркування. Програма також активно інтегрує завдання з логічним навантаженням та вправи на перевірку правильності обчислень, що сприяє формуванню в учнів культури математичної аргументації [15].

Порівняльна візуалізація у формі матриці та діаграми показує, що коди M1.1 та M2.1 є спільними для всіх розглянутих програм, що свідчить про єдність підходів у базових вимогах. Водночас, коди M1.3 та M2.2 трапляються лише у частини програм, що вказує на розбіжності у трактуванні ролі прикладних завдань та розвитку навичок аналізу числової інформації. Таким чином, хоча загальна компетентнісна рамка з теми «Натуральні числа» є узгодженою, автори програм розставляють різні акценти: від пріоритету алгоритмічної точності до інтеграції з цифровими технологіями, логічного мислення та математичної аргументації.

Таблиця. «Очікувані результати — типові види діяльності», зорієнтована на тему «Натуральні числа»

Програма	Очікувані результати	Типові види діяльності
Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А.	M1.1 – виконувати арифметичні дії; M1.2 – розуміти числові відношення; M1.3 – розвивати логічне мислення	Виконання вправ, розв'язування задач; аналіз числових ситуацій; обговорення в парах/групах
Бурда М.І., Васильєва Д.В.	M1.1 – виконувати арифметичні дії; M1.2 – розпізнавати числові та геометричні поняття; M1.3 – класифікувати та конструювати об'єкти	Актуалізація попереднього досвіду; конструювання геометричних фігур; класифікація понять; групова робота
Беденко М.В. та співавт.	M1.1 – виконувати арифметичні дії; M2.1 – розвивати ключові компетентності; M2.2 – проявляти творчість і самостійність	Самостійна робота над задачами; проектна діяльність; творчі вправи; рефлексія; робота з інформаційними джерелами

Програма	Очікувані результати	Типові види діяльності
Радченко С.С., Зайцева К.С.	М1.1 – виконувати арифметичні дії; М1.4 – обчислювати за алгоритмом; М1.5 – розв’язувати типові задачі; М2.1 – застосовувати обчислювальні навички	Відпрацювання базових алгоритмів; розв’язування типових задач; повторення та систематизація матеріалу
Василишин М.С. та ін.	М1.2 – розпізнавати числові відношення; М1.3 – аналіз числової інформації; М2.1 – виконувати арифметичні дії; М2.2 – застосовувати цифрові інструменти	Використання цифрових інструментів; перевірка обчислень; моделювання математичних ситуацій; аналіз результатів
Мерзляк А.Г. та ін.	М1.1 – виконувати арифметичні дії; М1.2 – розуміти числові відношення; М1.5 – розв’язувати контекстні задачі; М2.1 – застосовувати знання у практичних ситуаціях	Формальне засвоєння понять; розв’язування прикладних задач; аналіз результатів; інтеграція знань у контексті
Істер О.С.	М1.1 – виконувати арифметичні дії; М1.2 – розуміти числові відношення; М1.3 – розвивати обчислювальні та логічні навички; М2.1 – застосовувати знання у практичних ситуаціях	Інтерактивні вправи; робота в парах і групах; застосування математичних понять у практичних ситуаціях; аналіз і рефлексія результатів

Ця таблиця дозволяє:

1. **Порівняти всі програми на одній основі:** хто робить акцент на логічне мислення, а хто — на алгоритмічні навички чи цифрові інструменти.
2. **Зрозуміти різні підходи до навчання:** компетентнісний, традиційний, інтегрований.

Код результату	Скворцова С.О., Тарасенкова Н.А.	Бурда М.І., Васильєва Д.В.	Беденко М.В. та співавт.	Радченко С.С., Зайцева К.С.	Василишин М.С. та ін.	Мерзляк А.Г. та ін.	Істер О.С.
М1.1	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
М1.2	✓	✓			✓	✓	✓
М1.3	✓	✓			✓		✓
М1.4				✓			
М1.5				✓		✓	
М2.1		✓	✓	✓	✓	✓	✓
М2.2			✓		✓		

1. ✓ означає, що відповідний код очікуваного результату передбачено програмою.
2. Спільні коди, наприклад М1.1 та М2.1, присутні майже у всіх програмах — показує узгодженість базових вимог.
3. Унікальні коди (наприклад, М1.4, М1.5, М2.2) показують специфіку окремих програм: алгоритмічний акцент, творчі чи цифрові підходи.

2.2. Методичні особливості навчання учнів 5 класу теми «Натуральні числа»

Курс математики для 5–6 класів виконує пропедевтичну функцію, спрямовану на систематизацію та поглиблення знань, здобутих учнями в початкових класах. Його головне завдання — створення основ для подальшого опанування алгебраїчного й геометричного матеріалу в середній школі.

Згідно з чинними програмами, основною метою цього курсу є формування обов’язкових результатів навчання, передбачених математичною освітньою галуззю. Серед них — здатність учнів до аналізу проблемних ситуацій і застосування математичних способів для їх розв’язання, уміння моделювати явища й процеси, будувати алгоритми, критично осмислювати етапи й підсумки розв’язання задач, а також розвиток логіко-математичного мислення й опанування математичної мови.

Досягнення зазначених результатів забезпечується впровадженням компетентнісного підходу, який реалізується під час вивчення математики через систему ключових компетентностей, задекларованих у Державному стандарті базової середньої освіти [6].

Згідно з положеннями Концепції Нової української школи, одним із головних принципів є орієнтація навчання математики на практичне застосування. Це впливає з упровадження компетентнісного підходу, який є основою модернізації шкільної математичної освіти. У широкому розумінні математична компетентність охоплює вміння використовувати математичні інструменти для розв’язання практичних задач у різноманітних сферах діяльності, а також здатність до побудови та аналізу простих математичних моделей. Відтак, підвищення прикладної складової в навчанні математики сприяє формуванню у школярів необхідних

життєвих умінь і підготовці до реального застосування математичних знань у повсякденному житті [10].

На сьогодні викладання математики у 5-х класах здійснюється відповідно до оновлених Модельних навчальних програм 2021 року, які встановлюють зміст, структуру та очікувані результати навчання згідно з вимогами Державного стандарту базової середньої освіти [6]. Ці програми мають на меті забезпечити наступність у вивченні математики, сприяти поглибленню знань учнів і формуванню в них основних математичних компетентностей.

Під час викладання теми «Натуральні числа» важливо враховувати вікові та психологічні особливості школярів. Л. С. Виготський підкреслював, що розвиток дитини відбувається у взаємодії з соціальним оточенням, яке не лише впливає на напрям її розвитку, а й стимулює перехід до більш високих рівнів пізнавальної діяльності [5]. Це положення є надзвичайно важливим для організації навчання, де необхідно гармонійно поєднувати індивідуалізацію освітнього процесу з колективною формою роботи. Освітній матеріал має подаватися логічно, поетапно та послідовно. Як вказує Т. В. Сак, ефективне опанування знань значною мірою залежить від зрозумілості викладу та застосування інтерактивних методик, що дають змогу учням закріпити матеріал шляхом практичного використання [4].

Основною метою вивчення теми «Натуральні числа» у 5 класі є формування в учнів математичної компетентності в тісному зв'язку з іншими ключовими компетентностями, що створює підґрунтя для успішного навчання та подальшої професійної реалізації. Вивчення цієї теми передбачає: опанування знань про натуральні числа, їхні властивості та дії з ними; удосконалення навичок розв'язування як математичних, так і прикладних задач, що стосуються натуральних чисел; розвиток логічного мислення, уважності, пам'яті, просторового уявлення та інших важливих психічних якостей; а також усвідомлення учнями практичного значення знань про натуральні числа для повсякденного життя, освітньої діяльності й майбутньої професії [14].

Опанування теми «Натуральні числа» в 5 класі є одним із ключових етапів у формуванні математичної компетентності учнів. Цей змістовий розділ закладає основу для подальшого вивчення математики, забезпечуючи учнів базовими знаннями та вміннями. Ефективне засвоєння теми потребує врахування вікових і

психологічних характеристик школярів, а також впровадження різноманітних дидактичних підходів і методів навчання.

До змісту теми «Натуральні числа» входять такі ключові поняття та розділи: натуральні числа, число нуль, система цифр, десятковий запис чисел, порівняння чисел, виконання арифметичних дій з натуральними числами, їх властивості, піднесення числа до квадрату і куба, ділення з остачею тощо. Опрацювання цих питань є основоположним для подальшого засвоєння математичного матеріалу, сприяє розвитку обчислювальних умінь та здатності використовувати натуральні числа для розв'язання практично орієнтованих задач.

Опрацювання теми «Натуральні числа» потребує застосування різних методичних підходів, які сприяють активному включенню учнів у навчальний процес і забезпечують якісне засвоєння знань. У межах реалізації Концепції Нової української школи (НУШ) виокремлюються кілька ключових методичних орієнтирів, що є визначальними для сучасного викладання математики. Одним із таких підходів є впровадження цифрових технологій у навчання. Залучення електронних ресурсів — інтерактивних підручників, онлайн-тестів, освітніх платформ для дистанційного навчання — суттєво підвищує доступність та привабливість навчального матеріалу. Це надає можливість учням опановувати зміст теми «Натуральні числа» у зручному темпі, самостійно перевіряти свої знання й користуватися додатковими матеріалами для поглибленого вивчення.

Одним із важливих компонентів сучасної методики навчання є пріоритизація, що полягає у виокремленні ключових тем і понять для глибшого опрацювання. Під час вивчення натуральних чисел акцент робиться на засвоєнні таких основоположних понять, як числові значення, їхні властивості та основні арифметичні операції, що сприяє формуванню ґрунтовних знань з математики. Ще одним ефективним підходом є мікронавчання, яке передбачає поділ навчального матеріалу на невеликі, логічно завершені частини. Такий формат подання інформації сприяє поступовому й глибшому засвоєнню знань, зменшує ризик перевантаження, особливо для здобувачів освіти з особливими освітніми потребами, які потребують чіткої структури та стабільного темпу навчання.

Візуалізація відіграє суттєву роль у процесі викладання, оскільки застосування схем, діаграм, графічних зображень і анімацій значно полегшує сприймання

абстрактних математичних понять. Завдяки візуальним засобам учні мають змогу унаочнити числові значення та операції з ними, що сприяє глибшому й усвідомленому засвоєнню навчального матеріалу. Окремої уваги заслуговує інтерактивне навчання, яке посилює інтерес учнів до предмета. Залучення інтерактивних завдань, цифрових ігор, освітніх квестів стимулює активну участь школярів у навчальному процесі, позитивно впливає на їхню мотивацію до навчання. Такий підхід не лише сприяє кращому засвоєнню знань, а й формує навички спільної діяльності, комунікації та розв'язання проблемних ситуацій.

Змішане навчання поєднує класичні педагогічні підходи з використанням онлайн-ресурсів, що створює гнучкі умови для організації освітнього процесу та дає змогу адаптувати його до різних форматів, зокрема дистанційного навчання. Такий підхід дозволяє ефективно поєднувати переваги роботи в класі та самостійного опрацювання матеріалу вдома.

STEAM-освіта інтегрує математику з такими галузями, як технології, інженерія, мистецтво та природничі науки, що сприяє кращому розумінню учнями практичного використання натуральних чисел у різних сферах життя. Такий міждисциплінарний підхід допомагає розвивати комплексні навички та підвищує зацікавленість у науці. Використання гейміфікації робить навчальний процес більш динамічним і захопливим, завдяки впровадженню ігрових механік, таких як бали, нагороди та змагання. Учні отримують стимул активно залучатися до навчання, виконуючи завдання з можливістю здобувати бали за правильні відповіді. Імерсивне навчання створює умови для занурення в інтерактивні віртуальні середовища або ситуаційні моделі, що дозволяє глибше зрозуміти, як знання про натуральні числа застосовуються у реальному житті.

На завершення, проблемне навчання передбачає постановку завдань, які вимагають від учнів самостійного пошуку відповідей. Зокрема, педагог може запропонувати задачу, що потребує використання кількох арифметичних операцій, сприяючи одночасно пошуку найбільш ефективного способу її розв'язання. Такий підхід стимулює розвиток критичного мислення та аналітичних навичок у школярів.

У навчальній програмі значну роль відіграє розв'язування задач з натуральних чисел. Вчитель має навчити учнів аналізувати умови задач, виділяти головні складові та розробляти покроковий план розв'язання. Зокрема, при роботі з задачами на додавання та віднімання натуральних чисел учні повинні вміти визначати, які саме числа слід додавати або віднімати, а також у якому порядку виконувати ці дії. Для полегшення розуміння завдань доцільно використовувати різні моделі та наочні схеми. Наприклад, числові промені допомагають учням уявити процес додавання і віднімання, що сприяє кращому усвідомленню взаємозв'язків між елементами задачі. Учням слід надавати можливість самостійно розв'язувати задачі з подальшим обговоренням результатів у класі. Важливим етапом після розв'язання є рефлексія, під час якої аналізуються різні методи розв'язання, обговорюються допущені помилки та досягнуті успіхи. Це сприяє глибшому засвоєнню матеріалу та розвитку уміння вчитися на власних помилках.

Для прикладу, після виконання завдання вчитель може ініціювати обговорення, під час якого учні пояснюють свій вибір способу розв'язання і діляться труднощами, з якими стикнулися під час роботи.

Оцінювання відіграє ключову роль у навчальному процесі, оскільки дає змогу визначити ступінь засвоєння матеріалу та ефективність проведеного навчання. Для оцінки знань і навичок учнів з теми «Натуральні числа» застосовуються різні форми, серед яких поточне, формувальне, підсумкове та самооцінювання.

Поточне оцінювання під час навчального процесу дозволяє визначити рівень досягнень учнів і виявити складнощі, з якими вони стикаються при опануванні матеріалу. Формувальне оцінювання полягає у наданні учням зворотного зв'язку про їх успіхи та рекомендацій для покращення результатів. Його можна проводити через аналіз виконаних завдань, індивідуальні консультації та обговорення з учнями отриманих результатів. Наприклад, після проведення контрольної роботи вчитель може організувати індивідуальні бесіди з кожним учнем, у яких розглядаються помилки, аналізуються результати й надаються поради щодо їх усунення.

Підсумкове оцінювання здійснюється після опрацювання теми та включає різноманітні форми контролю: контрольні роботи, тестування, усні та письмові заліки. Цей вид оцінювання дозволяє оцінити загальний рівень засвоєння знань і

вмінь учнів з розділу «Натуральні числа». Зокрема, підсумкова контрольна робота може містити як прості арифметичні завдання, так і складніші задачі, що вимагають глибшого аналізу.

Особливу увагу слід приділяти розвитку в учнів умінь самооцінювання та взаємооцінювання, що сприяє формуванню рефлексивного підходу і розвитку критичного мислення. Учні отримують можливість оцінювати власні роботи та роботи своїх однокласників, аналізувати результати й робити відповідні висновки. Наприклад, після виконання завдання учні можуть обговорювати свої рішення у парах або групах, оцінюючи правильність виконання та аргументуючи свої позиції.

Отже, методика викладання теми «Натуральні числа» у 5 класі базується на комплексному підході, який передбачає застосування різноманітних методів, дидактичних засобів, сучасних технологій, а також урахування індивідуальних особливостей учнів і тісну взаємодію з батьками. Такий підхід сприяє ефективному засвоєнню матеріалу, розвитку математичних компетентностей та підвищенню успішності учнів у навчанні.

2.3. Застосування традиційних та інноваційних методів на уроках математики для учнів 5–6 класів з теми «Натуральні числа»

Організація навчання теми «Натуральні числа» у 5–6 класах передбачає поєднання традиційних та інноваційних методів, що відповідає вимогам Концепції «Нова українська школа» (2016), яка акцентує увагу на діяльнісному підході, розвитку критичного мислення та формуванні ключових компетентностей.

Традиційні методи викладання (пояснення нового матеріалу, робота з підручником, вправи на відпрацювання навичок, фронтальне опитування) залишаються актуальними в процесі формування базових математичних умінь. Вони забезпечують системність і послідовність у засвоєнні понять, створюють основу для подальшого використання інноваційних технологій.

Наприклад, М.І. Башмаков підкреслював важливість поступового переходу від конкретних уявлень до абстрактних понять у вивченні натуральних чисел.

Використання усних обчислень, запису числових виразів та завдань на порівняння чисел є необхідним етапом формування базових знань.

Традиційні методи також ефективні для закріплення алгоритмів арифметичних дій. Так, Г.П. Бевз зазначає, що систематичні вправи на обчислення сприяють формуванню міцних навичок, без яких подальше засвоєння алгебраїчного та геометричного матеріалу є неможливим [1].

Фрагмент уроку (традиційний формат):

Тема: Порівняння натуральних чисел

- **Мотивація:** вчитель нагадує учням життєві ситуації (порівняння кількості цукерок у двох коробках, кількості глядачів на різних стадіонах).
- **Пояснення:** запис числового ряду на дошці, демонстрація правила: число, яке стоїть правіше на числовій прямій, є більшим.
- **Закріплення:** виконання вправ із підручника (наприклад, «Порівняйте числа: 456 і 465; 999 і 1000»).
- **Підсумок:** фронтальне опитування з короткими прикладами.

Інноваційні підходи в сучасній школі спрямовані на активізацію пізнавальної діяльності учнів, розвиток їхнього інтересу до математики та застосування знань у практичних ситуаціях. До таких методів належать інтерактивні технології (робота в парах і групах, «мозковий штурм», метод проєктів, навчальні ігри), а також використання інформаційно-комунікаційних технологій.

О. Савченко підкреслює, що інтерактивне навчання є різновидом активних методів, проте його особливість полягає у створенні ситуацій співпраці, де кожен учень бере участь у процесі здобуття знань [20]. Це особливо важливо під час вивчення натуральних чисел, коли діти мають змогу обговорювати різні стратегії обчислень або способи порівняння чисел.

Фрагмент уроку (інноваційний формат з ІКТ):

Тема: Дільники і кратні натуральних чисел

- **Мотивація:** учням пропонують завдання: «У класі 24 учні. Як можна розсадити їх рядами так, щоб у кожному ряду була однакова кількість дітей?»
- **Групова робота:** учні працюють у парах, знаходять усі дільники числа 24.
- **ІКТ-активність:** виконання інтерактивної вправи у **LearningApps** (перетягування правильних дільників чисел).

- **Рефлексія:** обговорення, як знання про дільники може стати в пригоді в реальному житті (наприклад, під час планування місць у транспорті, розсадки тощо).

Найбільш ефективним є комплексне застосування традиційних та інноваційних методів. Наприклад, урок вивчення порівняння натуральних чисел може починатися з традиційного пояснення матеріалу й виконання кількох вправ у зошитах, після чого учням пропонується інтерактивна гра у **Kahoot** для закріплення знань.

Фрагмент комбінованого уроку:

Тема: Додавання і віднімання натуральних чисел

- **Актуалізація знань:** усні вправи на швидке додавання та віднімання (традиційний елемент).
- **Пояснення нового матеріалу:** вчитель показує алгоритм обчислень на дошці, учні виконують кілька прикладів у зошитах.
- **Закріплення:** онлайн-гра у **Kahoot** (питання типу: «Обчисліть: $435 + 278$ », «Обчисліть: $1000 - 456$ »). Учні відповідають за допомогою смартфонів, а результати відображаються на екрані.
- **Домашнє завдання:** традиційні вправи з підручника + додаткове інтерактивне завдання (наприклад, у Google Classroom).

Отже, застосування традиційних і інноваційних методів під час вивчення теми «Натуральні числа» сприяє досягненню цілей математичної освіти в умовах НУШ, забезпечуючи всебічний розвиток учнів та їхню готовність до використання математичних знань у житті.

У традиційній школі переважали класичні методи (пояснення, ілюстрація, тренувальні вправи). Вони й надалі залишаються важливими для формування базових математичних компетентностей. Однак їхня орієнтація переважно на репродуктивний рівень знань потребує доповнення методами, що стимулюють активну діяльність учнів, формують критичне мислення та забезпечують практичну спрямованість матеріалу.

Нижче наведено узагальнене порівняння традиційних та інноваційних методів навчання.

Таблиця. Порівняння традиційних та інноваційних методів навчання на уроках математики (тема «Натуральні числа»)

Критерій	Традиційні методи	Інноваційні методи
Мета	Засвоєння базових знань, формування навичок обчислень	Розвиток критичного мислення, самостійності, творчості учнів
Домінуючий тип діяльності	Слухання пояснень учителя, виконання вправ за зразком	Парна, групова робота, інтерактивні ігри, проекти
Зміст завдань	Типові вправи з підручника: обчислити, довести, знайти результат	Завдання, пов'язані з реальним життям: «скласти бюджет класу», «порахувати перегляди відео», «створити числову мозаїку»
Форма подачі матеріалу	Усне пояснення, демонстрація на дошці, фронтальне опитування	Використання інтерактивної дошки, онлайн-платформ (Kahoot, Quizizz), відеофрагментів
Мотивація учнів	«Треба знати для контрольної роботи»	«Знання допомагають у житті»: приклади з медіа, техніки, спорту
Роль учителя	Джерело знань, контролер	Модератор, організатор, партнер
Результат	Учні відтворюють знання, виконують вправи за зразком	Учні застосовують знання у нових ситуаціях, уміють аргументувати свої рішення

Наприклад:

- **Традиційний підхід:** учитель пояснює правило ділення натуральних чисел, учні виконують вправи з підручника.
- **Інноваційний підхід:** учні працюють у групах над завданням «Організація екскурсії класу», де потрібно розрахувати витрати на транспорт, поділити суму між учасниками, використовуючи натуральні числа.

Таблиця. Ефективність традиційних та інноваційних методів навчання теми «Натуральні числа» (5–6 класи)

Параметр	Традиційні методи	Інноваційні методи
Переваги	• Чітка структура уроку • Систематичне тренування навичок • Легко перевіряти рівень засвоєння • Відповідають вимогам контрольних іспитів	• Підвищують мотивацію та інтерес • Формують навички співпраці • Розвивають критичне та творче мислення • Показують практичну значущість математики
Недоліки	• Пасивна роль учня • Низька мотивація до навчання • Мало зв'язку з реальним життям • Схильність до механічного відтворення знань	• Вимагають часу на підготовку • Потрібне технічне забезпечення (ІКТ, інтернет) • Не всі учні однаково активно включаються в групову роботу • Потребують високого рівня педагогічної майстерності
Рівень засвоєння	Репродуктивний (відтворення правил і алгоритмів)	Конструктивний і творчий (застосування знань у нових ситуаціях)
Контроль результатів	Письмові роботи, усні відповіді, тести	Самооцінювання, взаємооцінювання, онлайн-тести, презентації проєктів
Очікуваний результат	Учень уміє обчислювати, відтворювати правила	Учень уміє пояснити, застосувати знання, аргументувати власні рішення

Наприклад:

- **Традиційний метод:** під час вивчення теми «Множення натуральних чисел» учитель пропонує учням 10 вправ для тренування алгоритму.

- **Інноваційний метод:** учні створюють «Математичний комікс», де в сюжеті герої використовують множення для розв'язання практичних задач (наприклад, підрахунок вартості квитків на футбол).

ВИСНОВКИ

Дослідження присвячене методичним засадам вивчення теми «Натуральні числа та дії з ними» у шкільному курсі математики. У роботі здійснено аналіз науково-методичних джерел, що містять рекомендації щодо викладання даної теми, а також опрацьовано історичні матеріали, які висвітлюють процес становлення та розвитку поняття числа. Окрему увагу приділено вивченню навчальних програм і державних вимог до результатів навчання учнів.

Система вивчення натуральних чисел і дій з ними у шкільному курсі математики має бути спрямована на забезпечення глибокого й усвідомленого засвоєння учнями основних понять та правил. Важливою умовою є організація навчального процесу з урахуванням принципів диференціації та індивідуалізації, що дозволяє враховувати навчальні можливості та пізнавальні потреби школярів.

Починаючи опрацювання теми «Натуральні числа», учитель має орієнтуватися на кінцеві результати – сформованість знань і вмінь, необхідних для подальшого засвоєння курсу математики. Зокрема, учні повинні вміти:

- визначати поняття натурального числа та розпізнавати числа, що належать до натурального ряду;
- пояснювати будову числа та його розрядний склад;
- застосовувати основні закони додавання й віднімання;
- знаходити найменше спільне кратне (НСК) та найбільший спільний дільник (НСД) і розуміти практичне значення цих понять;
- характеризувати подільність чисел та використовувати основні ознаки подільності.

Таким чином, навчання теми «Натуральні числа» має на меті не лише формування обчислювальних навичок, а й розвиток логічного мислення, вміння аналізувати числові залежності та застосовувати знання у практичних ситуаціях.

Особливе значення у процесі вивчення теми «Натуральні числа» має засвоєння основних законів додавання та віднімання. До системи вправ доцільно

включати завдання, які передбачають знаходження дільників чисел, а також вправи, що допомагають учням усвідомити розрядний склад чисел.

Організація навчання повинна ґрунтуватися на ретельно підібраній системі вправ, яка спрямована не лише на формування базових умінь і навичок, а й на розвиток творчих здібностей школярів. Такий підхід сприяє формуванню стійкого інтересу до математики та розвитку логічного мислення.

У класах із поглибленим вивченням математики тема «Натуральні числа» може опрацьовуватися більш детально. Це відкриває можливості для використання сучасних інформаційних технологій, які забезпечують інтерактивність навчального процесу та підвищують його ефективність.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бевз, Г. П., Бевз, В. Г. (2019). *Методика навчання математики: навч. посіб.* Київ: ВЦ «Академія». – 368 с.
2. Богданович, М. В. (2021). *Методика навчання математики в основній школі: навч. посіб.* Київ: Генеза. – 256 с.
3. Бурда, М. І., Колесник, Т. В. (2020). *Навчання математики у 5–6 класах: Нова українська школа.* Київ: Освіта. – 224 с.
4. Ващенко, Л. С. (2020). Компетентнісний підхід у навчанні математики в умовах НУШ. *Педагогічний процес: теорія і практика*, №3, с. 45–52.
5. Державний стандарт базової середньої освіти: Постанова Кабінету Міністрів України від 30.09.2020 № 898. *Офіційний вісник України*, 2020, № 81, с. 12–27.
6. Журавель, В. М., Лисак, О. О. (2021). Використання інтерактивного сервісу «Kahoot!» для перевірки навчальних досягнень учнів з математики. *Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики: зб. наук. пр.*, с. 72–77.
7. Коломієць, Ю. О. (2022). *Інтерактивні технології навчання математики у середній школі.* Харків: Основа. – 144 с.
8. Концепція реалізації державної політики у сфері реформування загальної середньої освіти «Нова українська школа» на період до 2029 року: Розпорядження Кабінету Міністрів України від 14.12.2016 № 988-р. *Урядовий кур'єр*, 2016, № 241, с. 9–12.
9. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Бурда М. І., Васильєва Д. В.).
10. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Василюшин М. С., Милянник А. І., Працьовитий М. В., Простакова Ю. С., Шкільний О. В.).

11. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Пихтар М. П., Рубльов Б. В., Семенов В. В., Якір М. С.).
12. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Істер О. С.).
13. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Беденко М. В., Ключко І.Я., Кордиш Т. Г., Тадеєв В. О.).
14. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Скворцова С. О., Тарасенкова Н. А.).
15. Модельна навчальна програма «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти (авт. Радченко С. С., Зайцева К. С.).
16. Піаже, Ж. (1972). *The Psychology of Intelligence*. London: Routledge. – 414 p.
17. Савченко, О. Я. (2020). *Дидактика початкової освіти: підручник*. Київ: Генеза. – 368 с.
18. Скафа, О. І. (2019). *Методика навчання математики у 5–6 класах: навч. посіб.* Київ: Либідь. – 192 с.
19. Скворцова, С. О. (2020). *Методика навчання математики у початковій школі*. Харків: Ранок. – 320 с.
20. Тимченко, О. М. (2021). Використання цифрових ресурсів на уроках математики в 5–6 класах. *Математика в школі*, №6, с. 15–19.
21. Albayrak, M., Şimşek, M., & Yazıcı, N. (2022). The effect of educational games on success in teaching mathematics: Reading and writing natural numbers. *International Journal on Social and Education Sciences (IJonSES)*, 4(4), 505-516. <https://doi.org/10.46328/ijonses.460> (files.eric.ed.gov)
22. Duyen, N. T. H., & Loc, N. P. (2022). Developing primary students' understanding of mathematics through mathematization: A case of teaching the multiplication of two natural numbers. *European Journal of Educational Research*, 11(1), 1-16. <https://doi.org/10.12973/eu-jer.11.1.1> (eu-jer.com)

- 23.Гордієнко І., Мартинишин Г. Методичні особливості вивчення натуральних чисел в 5-6 класах. *Актуальні проблеми сучасної науки: матеріали XII-ї міжнародної науково-практичної конференції студентів та викладачів факультету фізики, математики, економіки та інноваційних технологій.* – Дрогобич, 2025. – С. 227–228.

Додатки

Приклади інтегрованого підходу до уроку «Натуральні числа» для 5–6 класів, де поєднуються традиційні та інноваційні методи навчання (структуровано: ціль, метод, приклад, вправа)

Тема: Натуральні числа

Клас: 5–6

Цілі уроку:

1. Формування уявлення про натуральні числа та їх властивості.
2. Навчити учнів виконувати дії з натуральними числами (додавання, віднімання, множення, ділення).
3. Розвивати логічне мислення та самостійність.
4. Підвищити мотивацію через інтерактивні та творчі завдання.

1. Актуалізація знань (Традиційний метод – бесіда, фронтальна робота)

Метод: Питання-відповідь, усне опитування.

Приклад запитань:

- Що таке натуральні числа?
- Назвіть перші 10 натуральних чисел.
- Яке число йде перед 100? А після 999?

Вправа:

- Вчитель називає число, а учні по черзі називають попереднє та наступне число.
- Учні складають коротку «лінію чисел» на дошці (від 1 до 20), виділяючи числа, кратні 2, 3, 5.

2. Вивчення нового матеріалу (Традиційний + Інноваційний метод)

2.1. Традиційний метод – пояснення з дошки

Приклад:

- Натуральні числа – це числа, що використовуються для рахунку предметів: 1, 2, 3, 4...
- Основні властивості натуральних чисел: порядок, додавання, віднімання, множення, ділення.

Вправа:

1. Обчисліть: $23 + 47$, $85 - 29$, 12×4 , $96 \div 8$.

2.2. Інноваційний метод – робота в парах або групах, інтерактивна гра

Метод: Групова робота з елементами «математичного квесту»

Приклад завдання:

- Кожна група отримує набір карток з числами та знаками дій.
- Завдання: скласти правильні рівності з натуральними числами.
- Додатково: знайти «помилку» у рівності, яку підготував інший учень (гейміфікація).

Вправа (онлайн-варіант):

- Використання платформи LearningApps або Kahoot для швидких тестів на додавання, віднімання, множення та ділення.

3. Закріплення знань (Інноваційний метод – проблемне навчання)

Метод: Проблемна задача, яку учні розв'язують самостійно або в групах.

Приклад завдання:

- У класі 28 учнів. Кожен учень має 5 олівців. Скільки всього олівців у класі?
- Учні самі пропонують варіанти обчислення: 28×5 , або додавання $5+5+\dots 28$ разів.

Вправа для розвитку логіки:

- «Знайди закономірність»:
2, 4, 6, ..., ?; 5, 10, 15, ..., ?
- Учні самостійно пояснюють закономірність і записують наступні числа.

4. Підсумок та рефлексія (Традиційний + Інноваційний метод)

Метод:

- Традиційно – коротке опитування або усне повторення.
- Інноваційно – «Мікрофон»: кожен учень говорить один факт про натуральні числа, який запам'ятав.

Вправа:

- «Математичне дерево»: на листках пишуть властивості натуральних чисел, що вони дізналися сьогодні. Листки прикріплюються до дерева на дошці.

«Округлення натуральних чисел»

Тема: Округлення натуральних чисел

Клас: 5–6

Цілі уроку:

1. Ознайомити учнів з правилами округлення натуральних чисел до десятків, сотень, тисяч.
2. Розвивати обчислювальні навички та логічне мислення.
3. Підвищувати мотивацію через інтерактивні та групові завдання.

1. Актуалізація знань (Традиційний метод – бесіда, усне опитування)

Метод: Фронтальна робота, повторення попереднього матеріалу.

Приклад запитань:

- Що таке натуральне число?
- Назвіть приклади натуральних чисел, кратних 10, 100.

Вправа:

- Учитель називає число, учні вголос називають попереднє і наступне число.
- Вчитель просить учнів знайти найближче число, кратне 10 або 100.
 - Наприклад: $47 \rightarrow 50$, $236 \rightarrow 200$.

2. Вивчення нового матеріалу

2.1. Традиційний метод – пояснення та демонстрація на дошці

Приклад:

- Правило округлення:
 - Якщо остання цифра менше 5 $\rightarrow$ залишаємо попереднє число без змін.
 - Якщо остання цифра $\geq 5 \rightarrow$ збільшуємо попереднє число на 1.

Приклади на дошці:

1. $47 \rightarrow$ округлити до десятків $\rightarrow 50$
2. $83 \rightarrow$ округлити до десятків $\rightarrow 80$
3. $246 \rightarrow$ округлити до сотень $\rightarrow 200$
4. $275 \rightarrow$ округлити до сотень $\rightarrow 300$

Вправа:

- Учні самостійно округлюють: 134, 689, 1275, 4321.

2.2. Інноваційний метод – робота в парах або групах, ігрові елементи

Метод: Групова робота з картками або інтерактивні вправи на планшетах/комп'ютерах.

Приклад завдання:

- Кожна група отримує набір чисел і картки з «десятки», «сотні», «тисячі».
- Завдання: правильно розташувати числа під відповідною карткою.

Вправа (онлайн-варіант):

- Використання LearningApps, Kahoot або Mentimeter для швидких тестів:
 - Округлити 378 до десятків.
 - Округлити 624 до сотень.
 - Округлити 4893 до тисяч.

Гейміфікація:

- «Математичний гонщик»: учні «їдуть» вперед по числовій доріжці, округлюючи числа, які зустрічаються. Хто правильно округлив – робить крок вперед.

3. Закріплення знань (Проблемне та інтерактивне навчання)

Метод: Робота з практичною задачею.

Приклад завдання:

- На фабриці виробили 2378 цукерок. Скільки це приблизно сотень цукерок?
 - Розв'язання: 2378 → округлити до сотень → **2400**.

Вправа для розвитку логіки:

- «Відгадай число»: вчитель дає округлене число, учні пропонують можливі варіанти оригінальних чисел.
 - Наприклад: округлено до сотень → 300 → можливі числа: 251, 299, 300.

4. Підсумок та рефлексія (Традиційний + Інноваційний метод)

Метод:

- Традиційно – коротке усне опитування.
- Інноваційно – «Мікрофон»: кожен учень називає приклад, який округлив сьогодні, і пояснює, чому вибрав саме таке округлення.

Вправа:

- «Числове дерево»: учні на листках пишуть числа, які вони округлили, та прикріплюють на дошці до відповідних гілок: десятки, сотні, тисячі.

«Порівняння натуральних чисел» для 5–6 класів із поєднанням традиційних і інноваційних методів навчання з конкретними прикладами та вправами.

Тема: Порівняння натуральних чисел

Клас: 5–6

Цілі уроку:

1. Формувати навички порівняння натуральних чисел.
2. Розвивати логічне мислення та обчислювальні уміння.
3. Підвищити мотивацію через інтерактивні та групові завдання.

1. Актуалізація знань (Традиційний метод)

Метод: Усне опитування, фронтальна робота.

Приклади запитань:

- Що таке натуральні числа?
- Назвіть найбільше та найменше натуральне число серед: 34, 12, 87, 56.

Вправа:

- Вчитель називає пари чисел, учні піднімають картки з символами: «>», «<» або «=».
- Наприклад: $23 \quad \underline{\quad} \quad 32 \rightarrow$ учні піднімають «<»
- $57 \quad \underline{\quad} \quad 57 \rightarrow$ «=»

2. Вивчення нового матеріалу

2.1. Традиційний метод – пояснення з дошки

Приклад:

- Натуральне число А більше натурального числа В, якщо воно стоїть далі за числовою прямою або має більшу кількість розрядів.
- Пояснення через числа:
 - $245 > 132$ (тому що сотні більше)
 - $78 < 105$ (тому що тризначне число більше двозначного)

Вправа:

- Порівняти пари чисел:
 1. $67 \quad \underline{\quad} \quad 76$

2. 123 ____ 132
3. 504 ____ 450
4. 999 ____ 1000

2.2. Інноваційний метод – робота в парах або групах, ігрові елементи

Метод: Групова робота, інтерактивні вправи на планшетах або картках.

Приклад завдання:

- Кожна група отримує набір карток із числами. Завдання: відсортувати числа від найменшого до найбільшого.
- Додатково: визначити пару чисел, у яких лише одна цифра різниться, і пояснити, яке більше.

Вправа (онлайн-варіант):

- Використання Kahoot, LearningApps або Mentimeter для тестів на порівняння чисел.
 - Наприклад: «Яке число більше: 478 чи 487?»

Гейміфікація:

- «Числовий марафон»: учні швидко ставлять картки чисел у правильному порядку на дошці або віртуальній платформі.

3. Закріплення знань (Проблемне та інтерактивне навчання)

Метод: Практичні задачі.

Приклади завдань:

1. В магазині було 245 цукерок, а в супермаркеті – 289. Де більше цукерок?
2. Порівняйте числа: 1 002 ____ 1 020, 5 432 ____ 5 324

Інтерактивна вправа:

- «Знайди помилку»: учні отримують готові порівняння, де навмисно допущено помилку. Вони її знаходять і виправляють.

4. Підсумок та рефлексія (Традиційний + Інноваційний метод)

Метод:

- Традиційно: усне опитування, повторення правил.
- Інноваційно: «Мікрофон»: кожен учень називає пару чисел та говорить, яке число більше або менше, пояснюючи вибір.

Вправа:

- «Числове дерево»: учні на листках пишуть приклади порівняння чисел і прикріплюють на дошку до гілок «>», «<», «=».

«Шкала. Координатний промінь» для 5–6 класів із поєднанням **традиційних та інноваційних методів навчання**, із прикладами та вправами.

Тема: Шкала. Координатний промінь

Клас: 5–6

Цілі уроку:

1. Ознайомити учнів із поняттям шкали та координатного променя.
2. Навчити наносити числа на координатний промінь і визначати відстань між ними.
3. Розвивати логічне мислення та просторове уявлення.
4. Підвищувати мотивацію через інтерактивні та практичні завдання.

1. Актуалізація знань (Традиційний метод)

Метод: Усне опитування, фронтальна робота.

Приклади запитань:

- Що таке числова пряма?
- Як визначити, яке число більше, а яке менше?
- Що таке відрізок між двома числами?

Вправа:

- Учні на дошці або у зошиті ставлять точки на числовій прямій для чисел 0, 2, 4, 6, 8, 10.
- Пояснюють, як визначають відстань між двома числами.

2. Вивчення нового матеріалу

2.1. Традиційний метод – пояснення на дошці

Приклад:

- **Координатний промінь** – це пряма з початком у точці 0, на якій числа розташовані за зростанням від початкової точки.
- **Шкала** – це відстань між сусідніми числами на координатному промені.

Демонстрація:

- На дошці малюємо промінь, позначаємо точки 0, 1, 2, 3, 4, 5.

- Показуємо, як за допомогою шкали визначають, де буде число 2.5 або 3.5.

Вправа:

- Учні самостійно відзначають на координатному промені числа: 0, 2, 4, 6, 8.
- Визначають, де знаходиться число 5.

2.2. Інноваційний метод – робота в парах або групах, інтерактивна діяльність

Метод: Практична робота з картками або на інтерактивній дошці.

Приклад завдання:

- Учні отримують готовий промінь без підписаних чисел. Завдання: поставити числа 0, 5, 10, 15, 20 за правильною шкалою.
- Додатково: визначити середину відрізка між 5 і 15.

Вправа (онлайн-варіант):

- Використання LearningApps або GeoGebra: учні перетягують числа на координатному промені.

Гейміфікація:

- «Знайди число»: учитель називає число, учні швидко ставлять його на правильну позицію на проміні. Хто швидше і точніше – отримує бал.

3. Закріплення знань (Проблемне та інтерактивне навчання)

Метод: Практичні завдання, задачі на відстань.

Приклади завдань:

1. Визначте відстань між числами 3 і 8 на координатному промені.
 - Розв'язання: $|8 - 3| = 5$
2. Позначте на координатному промені числа 0, 4, 8, 12 і знайдіть середину відрізка між 4 і 12.
 - Розв'язання: $\text{середина} = (4 + 12)/2 = 8$

Інтерактивна вправа:

- «Визнач число по відстані»: учні отримують завдання визначити число, якщо воно знаходиться на певній відстані від 0 або іншого числа.
 - Наприклад: число знаходиться на 7 одиниць праворуч від 0 $\rightarrow 7$

4. Підсумок та рефлексія (Традиційний + Інноваційний метод)

Метод:

- Традиційно: коротке усне опитування, повторення правил.
- Інноваційно: «Мікрофон»: кожен учень пояснює, як визначає положення числа на координатному промені і відстань між числами.

Вправа:

- «Координатне дерево»: на дошці прикріплюють листочки з числами, які учні правильно нанесли на промінь, підписують відстані між ними.

«Арифметичні дії з натуральними числами та їх властивості»

Тема: Арифметичні дії з натуральними числами та їх властивості

Клас: 5–6

Цілі уроку:

1. Ознайомити учнів із властивостями арифметичних дій (додавання, віднімання, множення, ділення).
2. Навчити виконувати обчислення з натуральними числами та застосовувати властивості для спрощення обчислень.
3. Розвивати логічне мислення та навички самостійного розв'язування задач.
4. Використовувати інтерактивні методи для підвищення мотивації та зацікавленості.

1. Актуалізація знань (Традиційний метод)

Метод: Усне опитування, фронтальна робота.

Приклади запитань:

- Які арифметичні дії ви знаєте?
- Що таке комутативна властивість додавання і множення?
- Наведіть приклади віднімання та ділення натуральних чисел.

Вправа:

- Учні на дошці або у зошиті виконують усне обчислення:
 - $23 + 45$
 - $72 - 38$
 - 12×4
 - $96 \div 8$

2. Вивчення нового матеріалу

2.1. Традиційний метод – пояснення на дошці

Приклад:

- **Властивості арифметичних дій:**
 1. **Комутативність:** $a + b = b + a$; $a \times b = b \times a$
 2. **Асоціативність:** $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
 3. **Розподільність множення щодо додавання:** $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$

Приклади на дошці:

- $7 + 5 = 5 + 7 \rightarrow$ комутативність додавання
- $(2 \times 3) \times 4 = 2 \times (3 \times 4) \rightarrow$ асоціативність множення
- $3 \times (4 + 5) = 3 \times 4 + 3 \times 5 \rightarrow$ розподільність

Вправа:

- Учні самостійно знаходять властивості для наступних прикладів:
 1. $6 + 9 + 4$
 2. $2 \times 5 \times 3$
 3. $4 \times (7 + 6)$

2.2. Інноваційний метод – робота в парах/групах, інтерактивні вправи

Метод: Практична робота з картками, ігрові завдання, онлайн-платформи.

Приклад завдання:

- Кожна група отримує набір чисел та знаків дій. Завдання: скласти правильні рівності, використовуючи властивості арифметичних дій.
- Додатково: знайти альтернативні способи обчислення, застосовуючи властивості.

Вправа (онлайн-варіант):

- Використання Kahoot, LearningApps для тестів:
 - Вкажіть приклад, де застосовано комутативну властивість множення.
 - Знайдіть помилку у рівності, використовуючи розподільну властивість.

Гейміфікація:

- «Арифметичний квест»: учні виконують обчислення та рухаються по «маршруту», отримуючи підказки, де правильно застосовані властивості.

3. Закріплення знань (Проблемне та інтерактивне навчання)

Метод: Практичні задачі, групова робота.

Приклади завдань:

1. Знайдіть значення виразу, використовуючи властивості дій:
 - $5 \times (2 + 8)$
 - $(3 + 7) + 6$
 - $4 \times 2 \times 5$
2. Порівняйте два способи обчислення і поясніть, як властивості дій допомогли спростити обчислення.

Інтерактивна вправа:

- «Виправ помилку»: учні отримують готові обчислення з навмисними помилками у застосуванні властивостей і виправляють їх.

4. Підсумок та рефлексія (Традиційний + Інноваційний метод)

Метод:

- Традиційно: усне опитування, повторення правил.
- Інноваційно: «Мікрофон»: кожен учень навмисно складає приклад із властивістю, яку вивчили сьогодні, і пояснює вибір.

Вправа:

- «Дерево властивостей»: учні на листках пишуть приклади для кожної властивості і прикріплюють на дошку до відповідної «гілки»: комутативність, асоціативність, розподільність.

Тематична діагностувальна робота № 1
з математики (6 клас)

Подільність натуральних чисел

дата

Виконав/-ла

Учень/учениця 6__ класу

Назва закладу

Прізвище та ім'я

Шановний /- на шестикласнику /-це

Попробуй продіагностувати свої знання.

Читай уважно кожне завдання.

У деяких із них потрібно вибрати одну із вказаних відповідей, в інших -
записати повне розв'язання, пояснення і відповідь.

Уважно перевір свої записи.

Успіхів Тобі! Ти все зможеш!

Тематична діагностувальна робота № 1
з математики (6 клас)

Подільність натуральних чисел

- 1. Обери рядок, у якому записані усі непарні значення x , при яких є правильною нерівність $375 < x < 384$**
- А 375, 379, 381, 383
 - Б 376, 377, 381, 384
 - В 377, 379, 381, 383
 - Г 373, 377, 380, 383
- (1 бал)**
- 2. Обери із запропонованих варіантів найбільший спільний дільник чисел 52 і 65.**
- А 26
 - Б 65
 - В 13
 - Г 52
- (1 бал)**
- 3. Яблука, що лежать у коробці, можна поділити порівну між двома або трьома дітьми, але не можна порівну поділити між чотирма дітьми. Скільки яблук лежало у коробці? Обери правильну відповідь.**
- А 48
 - Б 60
 - В 54
 - Г 84
- (1 бал)**
- 4. Продовжи речення. Число 4 для натуральних чисел 4 і 16 є _____, а число 16 - _____.**
- (2 бали)**
- 5. Обери рядок, в якому розклад числа 48 на прості множники є правильним.**
- А $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 6$
 - Б $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4$

(1 бал)

[illegible]

(3 бали)

[illegible]

(4 бали)

[illegible]

Загальна кількість балів за діагностувальну роботу _____

Кількість балів за 12-бальною оцінною шкалою _____

Таблиця конвертації балів

Оцінка	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Бали	1	2-4	5-8	9-11	12-14	15	16-18	19-21	22-24	25-27	28-29	30

Таблиця розподілу кількості балів за ГЗР

	ГЗР 1/завд.№1-4	ГЗР 2/завд.№5-9	ГЗР 3/завд.№10-12
Максимальна к-ть балів	5	14	11
Фактична к-ть балів			